

## **OBTENÇÃO DA CINEMÁTICA DE ONDAS OCEÂNICAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

FRANCISCO DE ASSIS VIANA BINAS JÚNIOR<sup>1\*</sup>; HELENO PONTES BEZERRA NETO<sup>2</sup>;  
EDUARDO NOBRE LAGES<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Graduado em Engenharia Civil, UFAL, Maceió-AL, binasjunior@gmail.com

<sup>2</sup>Me. em Engenharia Civil, Prof. Ass. CTEC, UFAL, Maceió-AL, helenopontes@lccv.ufal.br

<sup>3</sup>Dr. em Engenharia Civil, Prof. Titular CTEC, UFAL, Maceió-AL, enl@lccv.ufal.br

Apresentado no  
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2018  
21 a 24 de agosto de 2018 – Maceió-AL, Brasil

**RESUMO:** Os avanços recentes na indústria do petróleo proporcionam o surgimento de projetos continuamente mais arrojados, como por exemplo estruturas offshore cada vez mais robustas com sistemas de ancoragem mais complexos. Frente a este cenário, têm-se as ações externas providas da natureza que variam de acordo com a região e situações climáticas, levando as estruturas a suportarem situações mais severas de carregamento. Os principais carregamentos os quais tais estruturas estão sujeitas são as ondas e correntes marítimas, que podem ser avaliados por meio da cinemática da onda. As ondas oceânicas apresentam comportamento aleatório e, portanto, faz-se uso de espectros de energia para sua melhor modelagem. Estes espectros são construídos em função da frequência, de modo que a análise da onda no domínio da frequência torna-se mais intuitiva. Portanto, apresenta-se a formulação matemática para a obtenção da cinemática de ondas oceânicas no domínio da frequência, apresentando resultados comparativos entre as análises no domínio da frequência e no domínio do tempo. Os resultados dos dois domínios de análise foram bem aderentes e permitiram concluir que a forma de representação no domínio da frequência é mais simples e intuitiva para o tipo do problema.

**PALAVRAS-CHAVE:** Cinemática de onda, domínio da frequência, estruturas offshore.

### **OBTAINMENT OF OCEAN WAVE KINEMATICS IN THE FREQUENCY DOMAIN**

**ABSTRACT:** The recent advances in the oil industry have contributed to the advent of more and more daring projects, such as robust offshore structures with more complex anchoring systems. Against this scenario, there are the external actions from nature that vary according to the region and climatic situations, leading the structures to resist severe loading situations. The main loads that such structures are subject to are the waves and ocean currents, which can be evaluated by wave kinematics. The ocean waves have a random behavior and for their better modeling do use of energy spectral density. These spectra are constructed as a frequency function, so that the analysis of the wave in the frequency domain becomes more intuitive. Therefore, we present the mathematical formulation to obtain the frequency domain of the kinematic ocean wave, presenting comparative results between analyzes in the frequency domain and in the time domain. The results of the two domains of analysis were well adherent and allowed to conclude that the form of representation in the frequency domain is simpler and intuitive for the type of problem.

**KEYWORDS:** Wave kinematics, frequency domain, land use restrictions, offshore structures.

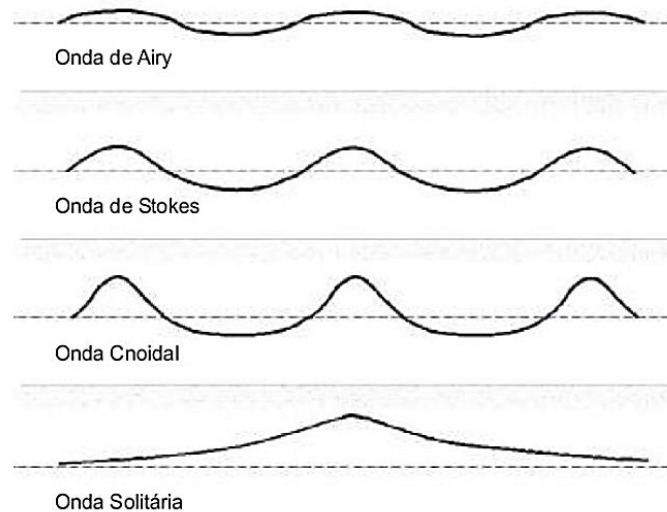
### **INTRODUÇÃO**

As ondas oceânicas são formadas pela influência dos ventos sobre os oceanos, no qual existe uma transferência de energia provida dos ventos e para a superfície da água, conseqüentemente formando as ondas. O escoamento turbulento do ar provoca uma grande variação das tensões de cisalhamento e do campo de pressões quando se aproxima da superfície do mar, com isto as ondas podem ser intensificadas a depender da fase do vento ou outros fatores.

As ondas oceânicas apresentam comportamento aleatório e em geral de difícil representação matemática. As ondas aleatórias oceânicas são descritas por um espectro de densidade de energia, sendo chamado de espectro de onda, que descreve a quantidade de energia da onda e sua distribuição em um intervalo de frequências. Uma das maneiras para representação dessas ondas consiste em utilizar a superposição de diferentes ondas regulares com distintos parâmetros de onda (altura, período, frequência e fase), podendo então fazer uso de teorias determinísticas para as ondas regulares (Chakrabarti, 2005).

Diversas são as teorias de onda formuladas ao longo dos anos, destacando-se a Teoria linear de Airy, a Teoria não linear de Stokes, a Teoria Cnoidal e a onda Solitária, cuja diferença qualitativa entre elas pode ser identificada na Figura 1.

Figura 1. Representação gráfica das teorias de onda (Carneiro, 2007).



As estruturas offshore unifilares, a exemplo dos *risers* e linhas de ancoragem, encontram-se em contato direto com as ondas oceânicas e, conseqüentemente, devem ser projetadas para resistir aos esforços gerados pela ação das ondas. Para se avaliar tais estruturas, faz-se uso de análises dinâmicas, que podem ser desenvolvidas no domínio do tempo, no qual as solicitações são caracterizadas em função do tempo, ou no domínio da frequência, no qual as solicitações são caracterizadas por espectros de frequência.

Soriano (2014) expõe que uma análise no domínio do tempo fornece solução para cada instante de tempo durante a simulação, enquanto que uma análise no domínio da frequência as soluções referentes ao conjunto de instantes de tempo somente são obtidas ao final da análise. Lathi (2006) explica que por meio de uma Transformada Rápida de Fourier é possível obter informações no domínio frequência a partir de informações no domínio do tempo, enquanto que por meio da Transformada Rápida de Fourier Inversa o processo inverso é possível, ou seja, obter informações no domínio do tempo a partir de informações no domínio da frequência. Ferreira et al. (2009) apresentam as funções que definem a transformação direta de Fourier e sua inversa na forma

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

sendo  $f(t)$  uma função qualquer no domínio do tempo,  $F(\omega)$  esta função no domínio da frequência,  $i$  o número complexo,  $t$  o tempo e  $\omega$  a frequência.

Segundo Clough (1995), apesar da análise no domínio do tempo poder ser utilizada para determinar a resposta de qualquer sistema sujeito a um carregamento arbitrário, podem ocorrer casos que seja mais conveniente realizar uma análise no domínio da frequência, a exemplo dos casos em que os parâmetros que compõem a equação de movimento sejam dependentes da frequência, como o coeficiente de rigidez, ou o coeficiente de amortecimento. Além disso, a análise no domínio do tempo apresenta um custo computacional muito superior ao da análise no domínio da frequência, o que motiva o estudo da cinemática das ondas oceânicas no domínio da frequência.

A recomendação prática DNVGL-RP-C205 (2017) registra que a análise no domínio da frequência é vastamente utilizada na análise de unidades flutuantes, podendo avaliar tanto o movimento da estrutura quanto as forças que atuam sobre a mesma. Possui grande aplicabilidade na análise de fadiga e análise de estruturas sujeitas a condições ambientais moderadas, situações essas em que a linearização apresenta resultados satisfatórios.

Assim, neste trabalho, propõe-se a implementação em Matlab (MATLAB, 2018) da metodologia de construção da cinemática de ondas oceânicas no domínio da frequência.

## METODOLOGIA

Para obtenção da cinemática para as ondas irregulares é necessária a definição do espectro de onda. Existem diversos modelos de espectro que se propõem a melhor aproximar as características de mar de determinadas regiões, podendo-se citar o espectro de Pierson-Moskowitz (Pierson and Moskowitz, 1964), o espectro de JONSWAP (Bhattacharyya, 1978), o espectro de Bretschneider (Bretschneider, 1959), entre outros. Cada espectro apresenta parâmetros próprios que devem ser conhecidos para sua construção. Para o espectro de Pierson-Moskowitz, precisam-se do período de pico  $T_p$  e da altura significativa  $H_s$ , assim se calcula a frequência de pico  $\omega_p$  e o espectro  $S_\eta$

$$S_\eta(\omega) = \frac{5}{16} \cdot \frac{H_s^2 \cdot \omega_p^2}{\omega^5} \cdot \exp \left[ -\frac{5}{4} \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{-4} \right] \quad (3)$$

Uma das maneiras de se tratar ondas irregulares consiste na sua representação por um conjunto de ondas regulares. Assim, é necessário o número de ondas regulares, para assim realizar a discretização do espectro, e por meio deste processo definir as ondas regulares representativas de cada faixa de frequência, e a partir da superposição dessas obter a onda irregular desejada. Pode-se discretizar o espectro com faixas de frequências constantes ou com faixas de energias constantes (Valença, 2017). Neste trabalho, opta-se por utilizar o método de faixas de frequências constantes.

Para cada faixa discretizada, estipula-se um valor aleatório de frequência dentro da faixa e calcula-se o valor do espectro nesta frequência, de modo que o valor de amplitude da onda representativa  $H/2$  da faixa será igual a raiz quadrada de 2 vezes o valor do espectro  $S_i$  multiplicado pelo comprimento da faixa  $\Delta\omega_i$ , ou seja,

$$\frac{H}{2} = \sqrt{2S_i\Delta\omega_i} \quad (4)$$

O cálculo das velocidades e acelerações do fluido em uma dada coordenada  $z$  no domínio da frequência, considerando a teoria linear de Airy, para cada faixa de frequência, pode ser realizado por meio das equações

$$v_x(\omega) = \frac{H}{2} \omega \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \quad (5)$$

$$v_z(\omega) = \frac{H}{2} \omega \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \quad (6)$$

$$\dot{v}_x(\omega) = \frac{H}{2} \omega^2 \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \quad (7)$$

$$\dot{v}_z(\omega) = -\frac{H}{2} \omega^2 \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \quad (8)$$

sendo  $v_x(\omega)$ ,  $v_z(\omega)$ ,  $\dot{v}_x(\omega)$  e  $\dot{v}_z(\omega)$  as velocidades e as acelerações em  $x$  e  $z$ , respectivamente,  $H$  a altura significativa da onda, que equivale ao dobro da amplitude,  $\omega$  o valor da frequência aleatória representativa de cada faixa,  $d$  a lâmina de água,  $z$  a profundidade em que se interessa avaliar a velocidade e aceleração do fluido, e  $k$  o número de onda para cada faixa de frequência.

Já as velocidades no domínio do tempo, essas são obtidas por

$$v_x(t) = \frac{\pi H \cosh(k(z+d))}{T \sinh(kd)} \cos(kx - \frac{2\pi}{T}t + \varphi) \quad (9)$$

$$v_z(t) = \frac{\pi H \sinh(k(z+d))}{T \sinh(kd)} \cos(kx - \frac{2\pi}{T}t + \varphi) \quad (10)$$

sendo  $v_x(t)$  e  $v_z(t)$  as velocidades em  $x$  e  $z$ , respectivamente, e  $\varphi$  a fase da onda.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para avaliação da metodologia e da implementação desenvolvida no *software* Matlab (MATLAB, 2018), analisa-se uma onda irregular caracterizada pelo espectro de Pierson-Moskowitz com altura significativa igual a 5 metros, período de pico igual a 8,2 segundos, lâmina d'água de 500 metros, sendo composta por 10 frentes de ondas regulares, avaliando-se a velocidade a uma profundidade de 10 metros. A resposta no domínio do tempo é apresentada na Figura 2, enquanto que a resposta no domínio da frequência é apresentada na Figura 3.

Figura 2. Velocidade da onda irregular no domínio do tempo.

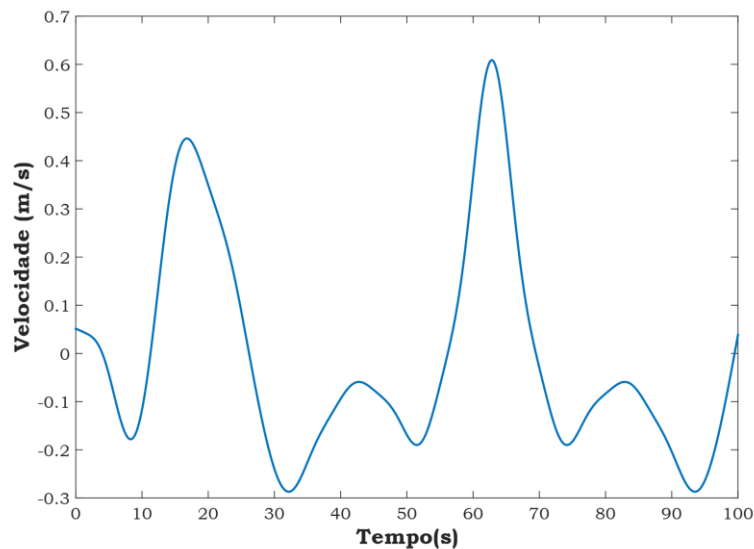
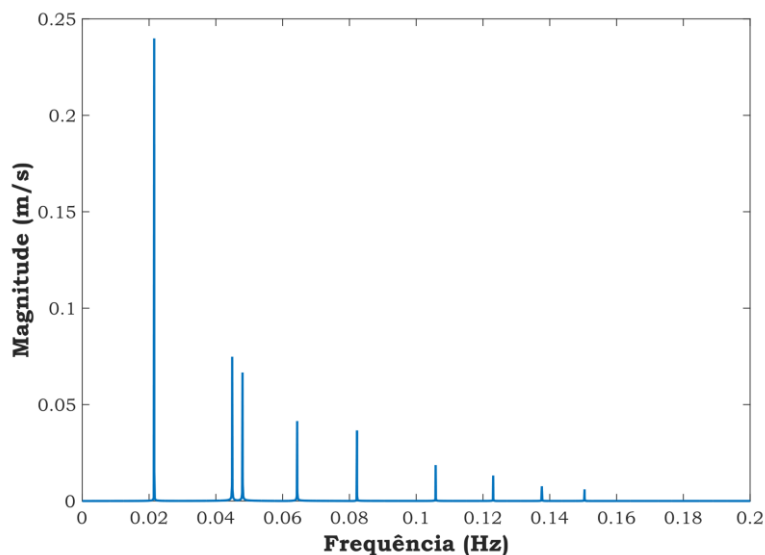


Figura 3. Velocidade da onda irregular no domínio da frequência.



Os valores de magnitude da Figura 3 indicam os valores máximos de velocidade que cada onda apresenta, ou seja, são equivalentes a amplitude da velocidade do fluido de cada onda. Assim, extraiu-se as informações de amplitude de onda, frequência, número de onda e fase da cinemática de onda no domínio do tempo presente na Figura 2. Com isso, calcula-se a máxima velocidade que cada onda influencia na onda irregular, sendo possível construir a Tabela 1.

Com os dados da Tabela 1 é possível comparar com o que se encontra exposto na Figura 3, de modo que é possível constatar a similaridade entre os resultados encontrados no domínio da frequência e os encontrados no domínio do tempo.

Tabela 1. Velocidade máxima e frequência das ondas que compõem a onda irregular no domínio do tempo.

Onda	Frequência (Hz)	Velocidade Máxima (m/s)
1	0,0037	0,0000
2	0,0215	0,2419
3	0,0449	0,1155
4	0,0480	0,0682
5	0,0643	0,0571
6	0,0823	0,0336
7	0,1058	0,0235
8	0,1231	0,0153
9	0,1376	0,0106
10	0,1504	0,0073

## CONCLUSÃO

O estudo das ondas oceânicas é de fundamental importância para o dimensionamento das estruturas offshore. Neste trabalho, calculou-se a cinemática de onda nos domínios do tempo e da frequência para ondas irregulares considerando-se a teoria linear de Airy. Para verificação da implementação, avaliou-se a influência de cada onda na resposta no domínio do tempo e comparou-se com os resultados encontrados na análise no domínio da frequência. As verificações permitiram observar a boa concordância entre os resultados. Fez-se uso de transformadas de Fourier para comparação das respostas, as quais forneceram resultados idênticos aos da verificação anterior.

## AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela concessão de bolsa de produtividade em pesquisa ao terceiro autor.

## REFERÊNCIAS

- BRETSCHNEIDER, C. L. Wave variability and Wave Spectra for Wind-generated Gravity Waves. Technical Memorandum No. 118. Beach Erosion Board. U.S. Army Corps of Engineers. Washington, D.C., 1959.
- BHATTACHARYYA, R. Dynamics of Marine Vehicles. Jhon Wiley and Sons. New York, 1978.
- CARNEIRO, M. L. Desenvolvimento de dispositivo de geração e absorção ativa de ondas para tanque de ensaio de estruturas oceânicas. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2007.
- CHAKRABARTI, S. K. Handbook of offshore engineering. Illinois, EUA: Elsevier, 2005.
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. Dynamics of Structures, 3rd edition. Computers & Structures, 1995.
- DNVGL-RP-C205 – Environmental conditions and environmental loads, Det Norske Veritas, august 2017.
- FERREIRA, W. G.; CAMARGO, R. S.; FRASSON, A. M.; MANSUR, W. J.; SILVEIRA, R. A. M. O número complexo e seu uso na engenharia estrutural. Revista de Ensino de Engenharia, v. 28, n. 2, p. 54-63, 2009.
- LATHI, B. P. Sinais e Sistemas Lineares. 2ª Ed., Porto Alegre, Editora Bookman, 2006. 856p.
- MATLAB *for Windows User's Guide*, The MathWorks, Inc. Disponível em <<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>. Acesso em 14 de maio de 2018.
- PIERSON, W. J.; MOSKOWITZ, L. A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of A. Kitaigorodskii. Journal of Geophysical Research. December, 1964, 69 (2), 5181-5203.
- SORIANO, H. L. Introdução à dinâmica das estruturas. 1ª Ed., Editora Elsevier, Rio de Janeiro. 2014.
- VALENÇA, J. P. V. Estudo da cinemática de ondas irregulares por diferentes métodos de discretização espectral. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Petróleo) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.