

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL APLICADA À ANÁLISE DA RESISTÊNCIA DE LAJES MACIÇAS EM EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO

**JOÃO PAULO LEÃO LESSA^{1*}; EDUARDO TOLEDO DE LIMA JUNIOR²;
FLÁVIO BARBOZA DE LIMA³**

¹Graduando em Engenharia Civil, UFAL, Maceió - AL, joaopaulolessa_@hotmail.com;
²Dr. em Engenharia, Prof. Adj. CTEC, UFAL, Maceió - AL, limajunior@lccv.ufal.br;
³Dr. em Engenharia, Prof. Titular. CTEC, UFAL, Maceió - AL, flavio.blima@hotmail.com;

Apresentado no Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2018
21 a 24 de agosto de 2018 – Maceió-AL, Brasil

RESUMO: São diversas as incertezas associadas aos projetos de Engenharia de Estruturas, onde estas induzem a diferenças entre o comportamento previsto em projeto e o seu desempenho observado. Nesse contexto, as principais fontes de incertezas advêm da variabilidade das dimensões dos elementos estruturais, das propriedades mecânicas dos materiais, assim como dos carregamentos atuantes. A teoria de confiabilidade as incorpora a partir da descrição estatística das variáveis de projeto, permitindo-se a estimativa da probabilidade de falha de uma estrutura, podendo assim determinar em quais condições de uso um determinado estado limite será atingido. Este trabalho tem como objetivo principal a aplicação da confiabilidade estrutural às lajes de um edifício feito de concreto armado, onde o lançamento, a análise estrutural e o dimensionamento são realizados através do uso do software TQS, em consonância com recomendações das normas Brasileiras, tais como NBR 6118:2014 e NBR 8681:2003. A modelagem confiabilística é feita através da implementação do método FORM (First Order Reliability Method).

PALAVRAS-CHAVE: Confiabilidade estrutural; Lajes maciças; Ferramentas computacionais.

STRUCTURAL RELIABILITY APPLIED TO THE ANALYSIS OF RESISTANCE OF SOLID SLABS IN ARMED CONCRETE BUILDINGS

ABSTRACT: There are several uncertainties associated with Structural Engineering projects, that induce differences between the behavior predicted in the project and its observed performance. In this context, the main sources of uncertainties come from the variability of the structural elements dimensions, of the mechanical properties of materials, as well as active load. The reliability theory incorporates them from the statistical description of the project variables, allowing the quantification of the structure failure, being able to determine in which use conditions a certain limit state will be reached. The main objective of this work is the application of the structural reliability to the slabs of a building made of reinforced concrete, which the launching, structural analysis and dimensioning are done through the use of the TQS software, based on the recommendations seen in the standards, such as in NBR 6118: 2014 and NBR 8681: 2003. The reliable modeling is done through the implementation of the First Order Reliability Method (FORM).

KEYWORDS: Structural reliability; Solid slabs; Computational tools.

INTRODUÇÃO

As estruturas são projetadas e construídas de modo a atender uma determinada função estrutural ao longo de sua vida útil, devendo apresentar condições adequadas de segurança. Segundo Beck (2014), dentre os requisitos que uma estrutura deve cumprir, tem-se os de serviço e segurança, onde o primeiro diz respeito às condições de uso apropriadas durante sua vida útil, e o segundo é definido em função da integridade estrutural. Estes dois requisitos estabelecem parâmetros para uma análise adequada, inclusive do ponto de vista confiabilístico.

Fazendo-se o uso de conceitos de confiabilidade, pode-se quantificar a probabilidade de falha dos diversos elementos estruturais que compõem uma determinada edificação. Tal análise pode ser

aprimorada com o emprego dos conhecimentos a respeito da confiabilidade de sistemas, pois, em geral, estruturas apresentam múltiplos modos de falha, o que leva a considerar o comportamento associado e a dependência entre os diversos elementos. O tratamento das variáveis de projeto como aleatórias permite uma representação adequada de sua variabilidade, incorrendo em maior precisão na análise. Desta forma, os métodos confiabilísticos, se propõem a contribuir com a análise e projeto de estruturas, verificando o atendimento a valores desejáveis de probabilidade de falha, em complemento à avaliação usual baseada em coeficientes de segurança. O trabalho em questão baseia-se na aplicação destes conceitos às lajes maciças de um edifício de pequeno porte de concreto armado.

MATERIAL E MÉTODOS

As incertezas associadas às variáveis de projeto são quantificadas ao se tratar estas variáveis como aleatórias (v.a.), agrupadas num vetor \mathbf{X} . Assim, tem-se a chamada função de distribuição acumulada de probabilidades (CDF), que é dada, para n variáveis, pela Equação 1.

$$F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = P(X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n) \quad (1)$$

Já a derivada da função CDF em relação ao conjunto das v.a. \mathbf{X} é a chamada função densidade de probabilidades (PDF) (Equação 2). Esta função representa a distribuição conjunta de probabilidades das n variáveis de interesse.

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1 \dots \partial x_n} F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) \quad (2)$$

Um modelo de confiabilidade envolve, além do tratamento das v.a., a definição de uma função de falha $G(\mathbf{X})$ que representa o estado limite da estrutura que se deseja verificar, seja este de serviço (ELS) ou último (ELU). De forma geral, tem-se o formato $G(\mathbf{X}) = R(\mathbf{X}) - S(\mathbf{X})$, sendo primeiro termo relativo a um modelo de resistência do elemento/estrutura e segundo associado a uma combinação de carregamento atuante. Valores positivos da função de falha estão representam sobrevivência da estrutura, e valores negativos indicam falha. O problema de confiabilidade consiste no cálculo da probabilidade de ocorrência de valores das v.a. dentro do domínio de falha da estrutura, ou seja:

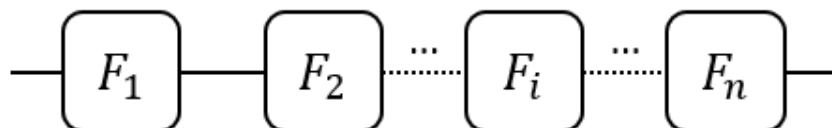
$$P_f = P[\mathbf{X} \in D_f] = \int \dots \int_{D_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3)$$

cuja integral pode ser de difícil solução analítica, em casos que envolvam muitas v.a., e por conta da natureza não linear das PDFs de modelos estatísticos usuais. Dentre os métodos utilizados na resolução, tem-se o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM), um procedimento semi-analítico que fornece o chamado índice de confiabilidade (β), o qual tem interpretação oposta à de P_f .

O FORM se baseia na transformação das v.a. originais em normais equivalentes reduzidas, onde utiliza-se o modelo de Hassofer-Lind, que reduz as v.a. dependentes \mathbf{X} em v.a. reduzidas independentes, denominadas por \mathbf{Y} , onde, na maioria dos casos, utiliza-se a decomposição de Cholesky para fatorar a matriz de correlação das v.a. Enfatiza-se que, em alguns casos, pode haver correlação entre as variáveis consideradas. Detalhes acerca deste método podem ser encontrados em Beck (2014) e Melchers (1999).

Os elementos que compõem uma estrutura, em geral, apresentam múltiplos modos de falha, assim como os sistemas estruturais. Com isso, há a necessidade do estudo acerca da confiabilidade de sistemas estruturais. Para os sistemas associados em série, a falha de um elemento significa a falha da estrutura, ou seja, para que o sistema permaneça íntegro, todos os elementos devem estar funcionando. Na Figura 1 tem-se a representação de um sistema em série.

Figura 1. Sistema formado por componentes associados em série.



Fonte: Autor.

Seja F_i o evento que corresponda à falha do i -ésimo elemento estrutural, o evento que corresponde à falha do sistema é dado pela união dos eventos de falha dos componentes.

$$F = E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n = \bigcup_{i=1}^n E_i \quad (4)$$

As estruturas isostáticas se apresentam como um caso clássico de sistemas onde os componentes estruturais estão associados em série, devido à falta de redundância.

Segundo Sagrilo (2003), a probabilidade de falha de sistemas em série pode ser estimada da forma:

$$\phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{i,j}) = \phi(-\beta_i)\phi(-\beta_j) + \int_0^{\rho_{i,j}} \varphi(-\beta_i, -\beta_j, \rho) d\rho \quad (5)$$

sendo $\Phi()$ a função cumulativa bidimensional normal padrão, β_i e β_j são os índices de confiabilidade de cada componente, $\rho_{i,j}$ é a correlação entre dois componentes e $\varphi()$ é a função densidade de probabilidades bidimensional padrão.

O estudo de caso baseia-se em exemplo de projeto de pavimento de edifício visto em Giongo (2007). Será adotada a mesma localização dos elementos estruturais, porém com pequenas adaptações. O lançamento estrutural será feito no software de cálculo estrutural TQS. Para fins de facilitar a análise, retirou-se o terraço no lançamento estrutural, e manteve-se todas as lajes maciças com a mesma espessura (10 cm e 8 cm apenas na Coberta) e sem nenhum desnível entre elas. Foram criados quatro pavimentos: o Térreo, o pavimento Tipo 1, o Tipo 2 e a Coberta. Para as considerações da classe de agressividade, define-se a classe II (moderada – urbana) para o projeto. Assim, a classe de resistência mínima para o concreto é C25. Todas as vigas têm dimensão de 12x30 cm (base x altura), e os pilares 20x50 cm (base x altura dependendo de sua direção).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Analisa-se a resistência à flexão da laje L02 do pavimento térreo (Figura 2a), tanto para o momento positivo quanto para o negativo. Com isso, a função de falha é dada pela Equação 6:

$$G(M_g, M_q, M_w, A_s, f_{yk}, f_{ck}, b_w, h, d') = A_s \cdot f_{yk} \cdot \left(h - d' - 0,5 \cdot \frac{A_s \cdot f_{yk}}{0,85 \cdot b_w \cdot f_{ck}} \right) - (M_g + M_q + M_w) \quad (6)$$

na qual as variáveis aleatórias M_g, M_q, M_w representam os momentos solicitantes causados, respectivamente, pela carga permanente, pelas cargas acidentais e pelo vento, A_s é a área efetiva de armadura tracionada, f_{yk} é a tensão característica de escoamento do aço, f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto, b_w e h são, respectivamente, a base e a altura da seção transversal da viga e d' é a distância entre o centro geométrico das barras tracionadas à fibra mais tracionada da seção transversal. A caracterização estatística das variáveis consideradas é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias consideradas.

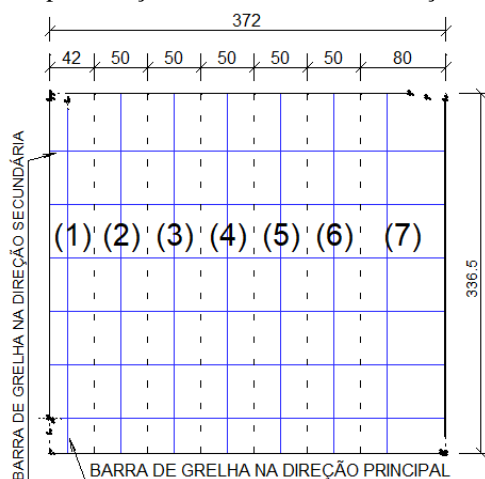
Categoria das V.A.	Variável Aleatória	Simb.	Unid.	Distribuição	Média (μ)	CV	Fonte
Ações	Permanente	M_g	KN.m	Normal	$1,05 \cdot M_g$	0,1	(1)
	Acidental	M_q	KN.m	Gumbel	$0,934 \cdot M_q$	0,2	(1)
	Vento	M_w	KN.m	Gumbel	$0,91 \cdot M_w$	0,31	(2)
Resistência dos materiais	Concreto	f_{ck}	MPa	Normal	$1,196 \cdot f_{ck}$	0,15	(1)
	Aço	f_{yk}	MPa	Normal	$1,089 \cdot f_{yk}$	0,05	(1)
Geometria	Área de armadura	A_s	cm ²	Normal	Nominal	0,015	(1)
	Largura da viga	b_w	cm	Normal	Nominal	0,067	(1)
	Altura da viga	h	cm	Normal	Nominal	0,045	(3)
	Distância do CG das barras à fibra mais tracionada	d'	cm	Lognormal	Nominal	0,27	(3)

(1) Stucchi e Santos (2010); (2) Beck e Souza Jr. (2010) [adaptado]; (3) Santos, Stucchi, e Beck (2014).

Fonte: Autor.

Enfatiza-se que para a análise da laje L02 não são considerados os esforços de vento, visto que o modelo de cálculo adotado separa a análise do pórtico da análise da grelha que discretiza a laje, de tal modo que os esforços de pórtico não são transferidos para a grelha. Considera-se uma discretização em grelha com espaçamento de 50 cm em ambas as direções, a menos para as barras das extremidades, cuja largura da área de influência resulta diferenciada, como pode ser visto na Figura 2.

Figura 2. Representação das faixas de discretização da laje L02.



Fonte: Autor.

Os valores do índice de confiabilidade para os momentos críticos positivo e negativo, e as probabilidades de falha associadas, são apresentados na Tabela 2. Nota-se a ocorrência de valores críticos de β para falha por momento positivo nas faixas 4 e 5, próximo ao centro do vão. Quando considerada a ação do momento negativo, a faixa 1, próxima à borda, mostra-se crítica.

Tabela 2. Resultados calculados para as faixas da laje L02.

Faixa	β^+	P_f^+	β^-	P_f^-
1	5,184	1,09E-07	3,446	2,85E-04
2	4,518	3,11E-06	3,667	1,23E-04
3	4,072	2,33E-05	3,979	3,46E-05
4	3,497	2,36E-04	3,842	6,11E-05
5	3,497	2,36E-04	4,426	4,81E-06
6	3,771	8,17E-05	4,301	8,51E-06
7	5,279	6,51E-08	5,437	2,71E-08

Fonte: Autor.

Fazendo-se uma análise em série das falhas por momento positivo e negativo em cada faixa, visto que estes modos ocorrem de forma simultânea, são obtidos os resultados apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Resultados das probabilidades de falha em série para as faixas da laje L102.

Faixa	P_f^+	P_f^-	ρ	$P_f \text{ conj}$	$P_f \text{ série}$
1	1,09E-07	2,85E-04	0,257315	1,74E-09	2,85E-04
2	3,11E-06	1,23E-04	0,252404	1,62E-08	1,26E-04
3	2,33E-05	3,46E-05	0,258517	3,45E-08	5,79E-05
4	2,36E-04	6,11E-05	0,257183	3,34E-07	2,97E-04
5	2,36E-04	4,81E-06	0,256825	4,11E-08	2,41E-04
6	8,17E-05	8,51E-06	0,257823	2,93E-08	9,02E-05
7	6,51E-08	2,71E-08	0,259286	1,03E-12	9,22E-08

Fonte: Autor.

Nesta, ρ representa o coeficiente de correlação entre os dois modos analisados, e $P_f \text{ conj}$ indica o valor das intersecções entre os dois domínios de falha, para cada faixa. Os valores positivos de ρ indicam uma leve correlação entre os modos. Nota-se que, na existência de um modo de falha dominante, com maior P_f , a probabilidade de falha em série tende a este valor, como observado nas faixas 1, 2 e 5.

Por fim, fazendo-se a análise de forma global para a laje, calcula-se a probabilidade de falha em série para todas as faixas, de maneira a estimar a condição de segurança do elemento estrutural. Para isso, considerou-se as correlações entre todas as faixas na direção principal do elemento, resultando em 21 combinações tanto para os momentos positivos quanto para os momentos negativos. Para o primeiro, a probabilidade de falha em série foi de $1,05E-04$ e para o segundo $1,24E-04$. A correlação entre estes foi de $0,25705$ e a probabilidade de falha global em série entre os modos de ruína, considerando-se os resultados comentados, foi de $2,28E-04$, equivalente a um índice de confiabilidade de $3,498$.

CONCLUSÃO

Segundo os valores de $3,5$ e $3,8$ dados pelo *ACI* (2003) e *Eurocode* (2002), respectivamente, como valores mínimos para os índices de confiabilidade, observa-se que em alguns casos, como na faixa 1 para o momento negativo e nas faixas 4 e 5 para o momento positivo, os valores resultam abaixo do determinado em ambas as normas. O mesmo acontece com a probabilidade de falha global em série para a direção principal da laje, como visto anteriormente.

Na análise da falha em série as correlações foram baixas, o que diminui bastante o valor da probabilidade de falha conjunta, tanto para as faixas individualmente quanto para a análise conjunta. Vale ressaltar que esta análise consiste em uma primeira estimativa da resposta probabilística de uma laje, podendo ser aprimorada com a incorporação de outros modos de falha, e com a integração com outros elementos do edifício, conforme apresentado em Lessa (2018).

A análise de confiabilidade se apresenta como uma importante ferramenta no suporte ao dimensionamento e análise das estruturas. Espera-se, portanto, que este trabalho contribua para a disseminação da filosofia de análise probabilística prática de projeto estrutural.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Ações e segurança nas estruturas – Procedimento, NBR 8681. Rio de Janeiro, ABNT, 2003, 15p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2014, 238p.
- BECK, A. T. Curso de confiabilidade estrutural: notas de aula. Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.
- BECK, A.T.; SOUZA JR, A.C. A first attempt towards reliability-based calibration of Brazilian structural design codes. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.* v. 32, 119-127, 2010.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). Eurocode: Basis of Structural Design. EN 1990. Bruxelas, 2002.
- GIONGO, S. J. CONCRETO ARMADO: PROJETO ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2007.
- MELCHERS, R. E. Structural reliability analysis and prediction. Chichester: John Wiley & Sons, 1999.
- NATAF, A. Statistique mathématique-determination des distributions de probabilités dont les marges sont données. *COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SEANCES DE L ACADEMIE DES SCIENCES, GAUTHIER-VILLARS/EDITIONS ELSEVIER 23 RUE LINOIS, 75015 PARIS, FRANCE*, v. 255, n. 1, p. 42, 1962.
- SAGRILO, L. V. S. Confiabilidade estrutural: notas de aula. Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia – UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.
- SANTOS, D.M.; STUCCHI, F.R.; BECK, A.T. Reliability of beams designed in accordance with Brazilian codes. *IBRACON Structures and Materials Journal*, v.7, p.723 - 746, 2014.
- STUCCHI, F.R.; SANTOS, S.H.C. Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 Based on Reliability Analyses. In: Joint IABSE fib Conference: Codes in Structural Engineering, Dubrovnik, 2010.
- SZERSZEN, M.; NOWAK, A.S. Calibration of design code for buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability analysis and resistance factors. *ACI structural Journal*, New York, v. 100, n. 3, p. 393-391, 2003.
- TQS Informática. TQS - Versão V18. TQS Informática Ltda.- São Paulo, 2018.