

ARMADURA DE CISALHAMENTO: O MODELO DE RITTER-MORSCH E TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADO

LUCAS WILLIAN AGUIAR MATTIAS^{1,2}, JESIMIEL PINHEIRO CAVALCANTE³, ELIÉDSON RAFAEL DE CARVALHO⁴, MALLENA SOARES DA SILVA⁵

¹Engenheiro Civil – Laboratório Nacional de Astrofísica/LNA, Itajubá/MG.

²Doutorando em Engenharia Civil, PPGE, UTFPR, Curitiba/PR, lucas.w.a.mattias@gmail.com;

³Dr. em Tecnologia e Políticas Públicas, Prof, Eng. Civil - IFAL, Palmeira dos Índios-AL, jesimiel.cavalcante@ifal.edu.br;

⁴Doutorando. em Eng. Civil, Prof, Eng. Civil - IFAL, Palmeira dos Índios-AL, eliedson.carvalho@ifal.edu.br;

⁵ Me. em Tecnologias Ambientais, Eng Civil – PMA, eng.mallena@gmail.com;

Apresentado no
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC
06 a 09 de Outubro de 2025

RESUMO: Este artigo investiga a resistência ao esforço cortante em vigas de concreto armado, comparando métodos de cálculo segundo as normas NBR 6118 (brasileira) e CSA 23.3 (canadense). A partir de um exemplo prático, são determinados diâmetro e espaçamento dos estribos para uma viga bi-apoiada de 10 metros, submetida a uma carga uniforme de 50 kN/m. Resultados adicionais são gerados pelo software Cypecad, considerando as normas NBR 6118 (2024) e EHE-08 (espanhola). A análise revela que a NBR 6118 requer uma menor taxa de aço, representando cerca de 50% da área de aço necessária segundo a CSA 23.3. Essa discrepância é atribuída principalmente às diferentes considerações sobre a resistência do concreto. A importância de estudar e comparar diferentes modelos é enfatizada para uma melhor compreensão dos métodos e seus efeitos práticos em projetos estruturais.

PALAVRAS-CHAVE: Força de cisalhamento; dimensionamento; estribos; concreto armado.

COMPARISON BETWEEN SHEAR REINFORCEMENT CALCULATED BY THE RITTER-MORSCH TRUSS MODEL AND BY THE MODIFIED COMPRESSION FIELD THEORY

ABSTRACT: This article investigates the shear resistance in reinforced concrete beams, comparing calculation methods according to NBR 6118 (Brazilian) and CSA 23.3 (Canadian) standards. Based on a practical example, the diameter and spacing of stirrups for a simply supported beam of 10 meters, subjected to a uniform load of 50 kN/m, are determined. Additional results are generated using the Cypecad software, considering NBR 6118 (2024) and EHE-08 (Spanish) standards. The analysis reveals that NBR 6118 requires a lower steel ratio, representing about 50% of the steel area required by CSA 23.3. This discrepancy is mainly attributed to the different considerations of concrete strength. The importance of studying and comparing different models is emphasized for a better understanding of the methods and their practical effects on structural design.

KEYWORDS: Shear force; dimensioning; stirrups; reinforced concrete;

INTRODUÇÃO

Um importante campo de estudo nos elementos de concreto armado é a resistência ao esforço cortante. Inicialmente, a maioria das normas utilizava um modelo que simplifica a viga como uma treliça espacial formada por bielas e tirantes, conforme os estudos de Ritter (1899) e Morsch (1909).

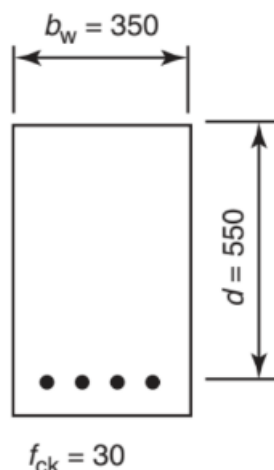
Pesquisas mais recentes sobre a resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado têm se concentrado no estudo dos seus mecanismos de ruptura. Essas pesquisas resultaram no desenvolvimento da Teoria do Campo de Compressão Modificada, a partir dos estudos iniciais de Vecchio e Collins (1986).

O modelo de treliça Ritter-Morsch tem mais de um século desde seu desenvolvimento, enquanto os estudos baseados na Teoria do Campo de Compressão Modificada são bem mais recentes. Algumas normas estão atualizando os modelos e métodos de cálculo para obter resultados mais realistas e próximos dos estudos experimentais. Diante disso, é importante estudar e comparar diferentes modelos para compreender melhor os métodos e os efeitos práticos nos projetos de estruturas de concreto.

MATERIAL E MÉTODOS

Neste artigo será realizado um exemplo, no qual será determinado o diâmetro e o espaçamento dos estribos para uma viga bi-apoiada, com vão igual a 10 metros submetida a uma combinação em ELU de carga uniforme distribuída igual a 50 kN/m utilizando os modelos da NBR 6118 (brasileira) e CSA 23.3 (canadense) e será comparado os resultados.

Figura 1. Seção transversal da viga utilizada de concreto armado utilizada.



Logo após, foi calculado o mesmo exemplo pelo software Cypecad 2024.f para a norma brasileira NBR 6118 (2024) e norma espanhola EHE-08.

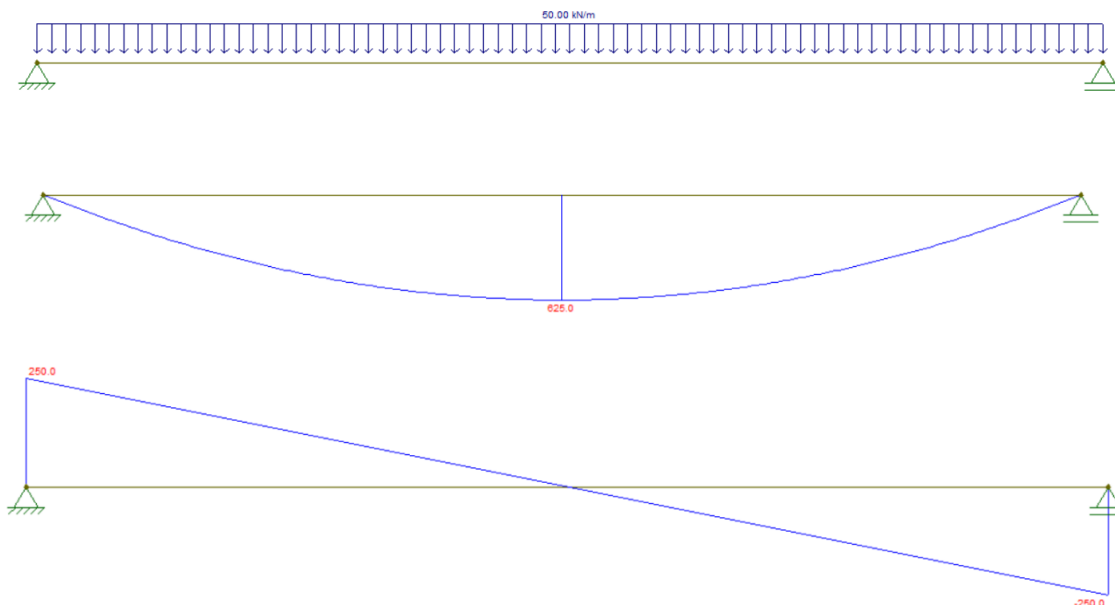
Para simular, foram inseridos dois pilares de 35x55 que apoiam uma viga de 35x60 com 10 metros de vão entre pilar. Os apoios foram considerados como rotulados. Foi acrescentado ainda uma sobrecarga de 3t/m para gerar um momento fletor e força cortante de cálculos próximos do exemplo acima. Os esforços foram de 66,98 tf*m e 26,79 tf, respectivamente para o Md e Vd.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

COMPARAÇÃO ENTRE NBR 6118 E CSA 23.3

1. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS

Figura 2. Carregamento, momento fletor e força cortante ao longo da viga.



Módulo de Elasticidade = 30672 Mpa

2. MÉTODO NBR 6118

Considerando o ângulo de cisalhamento de 45° pode-se adotar o Modelo de Cálculo I para o estado limite último de elementos lineares sob força cortante segundo a NBR 6118 (2023).

Realiza-se a verificação da compressão nas bielas, onde a força cortante solicitante V_{sd} deve ser menor que a força cortante resistente V_{rd2} .

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = 0,27 \alpha_{v2} F_{cd} b_w d$$

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = 0,27 \left(1 - \frac{F_{ck}}{250}\right) F_{cd} b_w d$$

$$V_{rd2} = 0,27 \left(1 - \frac{30}{250}\right) (21,42) 0,35 * 0,55 = 0,979707 \cdot 10^6 N = 979,7 KN$$

$$V_{sd} \leq V_{rd2} \rightarrow 250 < 979,7 (ok)$$

Realiza-se o cálculo da armadura transversal V_{sw} considerando a força cortante solicitante e a parcela de resistência do concreto ao cisalhamento V_c , a qual depende da resistência de cálculo à tração do concreto f_{ctd} .

$$V_{sw} = V_{rd3} - V_c$$

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

$$V_c = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

$$f_{ctd} = 0,7 * 0,3 \frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 0,15 f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0,9 d f_{ywd}$$

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0,9 d f_{ywd} = V_{sd} - 0,6 f_{ctd} b_w d$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{V_{sd} - 0,6 f_{ctd} b_w d}{0,9 d f_{ywd}}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{250 - 0,6 * 0,144 * 35 * 55}{0,9 * 55 * 43,5} \quad (em KN, cm e \frac{KN}{cm^2})$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{250 - 0,6 * 0,144 * 35 * 55}{0,9 * 55 * 43,5} = \frac{82,72896}{2153,25} = 0,0384$$

Considerando uma faixa de 100cm, será necessária uma área de aço de:

$$A_{sw} = 0,0384 * 100 = 3,84 \text{ cm}^2/m$$

Considerando que cada estribo há 2 barras verticais, uma para cada face da viga, serão necessários 10 estribos de dn = 5.0 cm para cada metro linear de viga, o que gera um espaçamento de 11cm.

3. MÉTODO CSA 23.3

Neste modelo, considera-se que a força cortante resistente V_r é a soma das forças cortantes resistidas pelo concreto (V_c), pelo aço (V_s) e pela protensão (V_p) (parcela inexistente neste exemplo).

$$V_r = V_c + V_s + V_p$$

$$V_{r,max} = 0,25\phi_c \beta f'_c b_w d$$

Onde ϕ_c é o fator de resistência do concreto, e segundo o item 4.2 da referida norma, pode-se adotar como $\phi_c = 0,65$.

Para estribos perpendiculares ao eixo longitudinal da viga:

$$V_s = \frac{\phi_c A_v f_y d_v \cot \theta}{s}$$

$$V_c = \phi_c \beta \sqrt{f'_c} b_w d$$

Determinando β e θ , e considerando armadura longitudinal inferior com área de 5 cm²:

$$\epsilon_x = \frac{\left(\frac{M_d}{d}\right) + V_d}{2E_s A_s} = \frac{\left(\frac{625}{55}\right) + 250}{2 * 21000 * 5} = 0,001245$$

$$\beta = \frac{0,4}{1 + 1500\epsilon_x} = 0,1395$$

$$\theta = 29 + 7000\epsilon_x = 37,71^\circ$$

Onde ϵ_x é a deformação específica ao longo do eixo longitudinal.

Igualando a resistência máxima ao cisalhamento à força cortante máxima, determina-se a área de aço por:

$$V_s = 250 - V_c$$

$$V_s = \frac{\phi_c A_v f_y d_v \cot \theta}{s} = 250 - \phi_c \beta \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_s = \frac{0,65 A_v * 43,5 * 55 * \cot(37,71^\circ)}{s} = 250 - 0,65 * 0,1395 * \sqrt{30}/10 * 35 * 55$$

$$V_s = \frac{0,65 A_v * 43,5 * 55 * \cot(37,71^\circ)}{s} = 154,3954$$

$$V_s = \frac{A_v * 2011,37}{s} = 154,3954 \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0,07676$$

Considerando uma faixa de 100cm, será necessária uma área de aço de:

$$A_{sw} = 0,07676 * 100 = 7,67 \text{ cm}^2/m$$

Considerando que cada estribo há 2 barras verticais, uma para cada face da viga, serão necessários 13 estribos de dn = 6.3 cm para cada metro linear de viga, o que gera um espaçamento de 8,3cm.

Considerando que cada estribo há 2 barras verticais, uma para cada face da viga, serão necessários 13 estribos de dn = 6.3 cm para cada metro linear de viga, o que gera um espaçamento de 8,3cm.

COMPARAÇÃO ENTRE NBR 6118 E EHE-08

Utilizou-se o auxílio do software Cypecad versão 2024.f para realizar os cálculos necessário, que chegaram aos seguintes resultados:

Armadura pela NBR 6118 = 4 cm²/m

Armadura pela EHE-08 = 7,73 cm²/m

CONCLUSÃO

Pelos cálculos acima realizados, percebe-se que o método na NBR 6118 gerou uma menor taxa de aço que pela norma canadense, representando próximo de 50% da área de aço pela norma CSA 23.3. Ao verificar as etapas de cálculos, notou-se que um dos principais fatores que geraram essa diferença foi a consideração da resistência do concreto segundo as proporcionalidades de $fck^{\frac{2}{3}}$ e $\sqrt{f'_c}$.

AGRADECIMENTOS

Ao LNA e a UTFPR.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.

CSA. 2004. Design of concrete structures. CSA standard A23.3-04, Canadian Standards Association, Toronto, Ont.

MÖRSCH, E.; Concrete-steel construction. The Engineering News Publishing Company.1909.

RITTER, W. Die bauweise hennebique. Schweizerische Bauzeitung.1899.

Spanish Minister of Public Works. Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Spanish Structural Concrete Code); 2008.

VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. American Concrete Institute, Structural Journal, Nº 83, 1986.