

ANÁLISE DOS ESFORÇOS NORMAIS EM ARCOS TRIARTICULADOS A PARTIR DA VARIAÇÃO DO GRAU DE ABATIMENTO DA ESTRUTURA

LUCAS NOGUEIRA DE ANDRADE¹, LEONARDO HENRIQUE BORGES DE OLIVEIRA²

¹Bel. em Engenharia Civil, UFERSA, Pau dos Ferros-RN, eng.lucas.nogueira@outlook.com;

²Me. em Engenharia Civil, Prof. Titular, UFERSA, Pau dos Ferros-RN, leonardo.oliveira@ufersa.edu.br;

Apresentado no

Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC

Palmas/TO – Brasil

17 a 19 de setembro de 2019

RESUMO: Este trabalho trata do estudo de arcos triarticulados submetidos a carregamentos usuais, analisando a influência do grau de abatimento para os esforços normais. Foi desenvolvida uma ferramenta computacional (VB Triarticulado) para realizar as análises desse trabalho em que se variou alguns parâmetros como a geometria e tipo de carregamento, porém sempre procurando deixar o valor da solicitação externa equivalente para todos os tipos de carregamento. Diante dos resultados obtidos verificou-se que nos arcos os esforços normais máximos geralmente se localizam nos apoios e os mínimos na articulação central mais alta. Com relação ao grau de abatimento nesse tipo de estrutura, observou-se que quanto mais se aumenta o grau de abatimento menores são os esforços normais gerados. Os esforços normais são influenciados fortemente pela força cortante gerada na viga de substituição.

PALAVRAS-CHAVE: Arcos triarticulados, esforços normais, grau de abatimento, VB Triarticulado.

ANALYSIS OF THE NORMAL EFFORTS IN TRIARTICULATED ARCHES THROUGH THE VARIATION OF THE STRUCTURE ABATIMENTO DEGREE

ABSTRACT: This work deals with the study of triarticulated arches submitted to usual loads, analyzing the influence of the degree of abatement for the normal efforts. Was developed a computational tool (VB Triarticulado) to carry out the analyzes of this work in which some parameters such as geometry and type of loading were varied, but always trying to leave the value of the external request equivalent for all types of loading. In view of the obtained results it was verified that in the arches the maximum normal forces are usually located in the supports and the minimum in the highest central articulation. Regarding the degree of abatement in this type of structure, it was observed that the more one increases the degree of reduction, the smaller the normal effort generated. Normal stresses are strongly influenced by the shear force generated on the replacement beam.

KEYWORDS: Triarticulate arches, normal efforts, abatement degree, VB Triarticulado.

INTRODUÇÃO

O arco triarticulado é uma estrutura classificada como isostática que, diferente dos outros tipos de arcos os seus esforços e reações podem ser determinados através das equações de equilíbrio da estática. Isso ocorre, pois, o arco triarticulado possui em sua configuração três articulações (rótulas) sendo duas delas localizadas nos apoios, os quais são considerados de segundo gênero (por possuírem rótulas) e uma rótula dividindo a estrutura. Quando se tem estruturas com rótulas, o momento fletor é nulo nas rótulas, não havendo importância no sentido em que a estrutura esteja sendo analisada, a rótula faz com que ocorra rotação no interior da estrutura. Como o momento fletor é nulo na rótula considera-se apenas a transmissão de força cortante e esforço normal. Assim, com as três equações da estática e a equação de momento fletor nulo na rótula central consegue-se garantir a isostaticidade dos arcos triarticulados.

Pode-se utilizar o método da viga de substituição ou viga auxiliar proposto por Sussekind (1981) como método de cálculo para obter os esforços solicitantes em um arco triarticulado. A viga de substituição é utilizada para simplificar a análise dos triarticulados que forem submetidos exclusivamente a cargas verticais. Trata-se de uma viga biapoiada, onde deve-se aplicar o mesmo

carregamento vertical do arco, cujo comprimento é a projeção horizontal das distâncias entre os apoios do arco. Essa simplificação é adotada, pois ao analisar um arco triarticulado pode-se concluir que uma viga simplesmente apoiada, com mesma distância horizontal entre os apoios (vão) e submetida às mesmas cargas verticais que atuam no arco, fornece as mesmas reações do arco triarticulado analisado.

Nesse sentido, este trabalho tem o objetivo de analisar os esforços normais gerados em arcos triarticulados submetidos a carregamentos verticais, variando o grau de abatimento da estrutura.

MATERIAL E MÉTODOS

Foi realizado um estudo dos esforços internos do tipo força normal utilizando o VB Triarticulado (ferramenta desenvolvida pelo autor) variando-se alguns parâmetros geométricos do problema. O VB Triarticulado foi desenvolvido na plataforma Visual Basic 2010 Express.

Nas análises utilizou-se da comparação entre três tipos de carregamentos usuais em que as estruturas arqueadas possam estar submetidas: carga concentrada, uniformemente distribuída e carga concentrada e distribuída aplicadas simultaneamente. Procurou-se nesse estudo analisar os casos com cargas atuantes que resultem em módulos equivalentes. Para o primeiro caso, carga concentrada, utilizou-se o valor de 100 kN aplicado no meio do vão ($L/2$). Para o segundo caso, foi analisado para um carregamento uniformemente distribuído com um valor de 10 kN/m para todo o comprimento do vão (L) igual a 10 m e para o terceiro caso utilizou-se uma carga concentrada de 50 kN em $x = 2 \text{ m}$ e um carregamento de 10 kN/m variando de ($x_i = 5 \text{ m}$) e ($x_f = 10 \text{ m}$). Fixou-se o valor do vão do arco igual a 10 m e variou-se o valor da flecha em: 5 m , 10 m , 15 m , 20 m , 25 m e 30 m . Totalizando, seis análises diferentes para cada situação de carregamento estudada.

A Tabela 1 representa os dados utilizados para a situação de carga concentrada no meio do vão do arco. A Tabela 2 para o caso com carregamento distribuído em todo o vão do arco. A Tabela 3 para o terceiro caso estudado, referente à aplicação de carga concentrada e uniformemente distribuída aplicadas simultaneamente.

Tabela 1: Dados utilizados no estudo de carga concentrada

	$x \text{ (m)}$	$P \text{ (kN)}$	$L \text{ (m)}$	$F \text{ (m)}$	$\left(\frac{F}{L}\right)$
Análise 1	5	100	10	5	0,5
Análise 2	5	100	10	10	1
Análise 3	5	100	10	15	1,5
Análise 4	5	100	10	20	2
Análise 5	5	100	10	25	2,5
Análise 6	5	100	10	30	3

Tabela 2: Dados utilizados para o carregamento uniformemente distribuído

	$(x_f - x_i) \text{ (m)}$	$Q \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right)$	$Q \cdot (x_f - x_i) \text{ (kN)}$	$L \text{ (m)}$	$F \text{ (m)}$	$\left(\frac{F}{L}\right)$
Análise 1	(10 - 0)	10	100	10	5	0,5
Análise 2	(10 - 0)	10	100	10	10	1
Análise 3	(10 - 0)	10	100	10	15	1,5
Análise 4	(10 - 0)	10	100	10	20	2
Análise 5	(10 - 0)	10	100	10	25	2,5
Análise 6	(10 - 0)	10	100	10	30	3

Tabela 3: Dados utilizado 2 para aplicação da carga concentrada e distribuída

	$x \text{ (m)}$	$(x_f - x_i) \text{ (m)}$	$P \text{ (kN)}$	$Q \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right)$	$Q \cdot (x_f - x_i) \text{ (kN)}$	$L \text{ (m)}$	$F \text{ (m)}$	$\left(\frac{F}{L}\right)$
Análise 1	2	(10 - 5)	50	10	50	10	5	0,5
Análise 2	2	(10 - 5)	50	10	50	10	10	1
Análise 3	2	(10 - 5)	50	10	50	10	15	1,5
Análise 4	2	(10 - 5)	50	10	50	10	20	2
Análise 5	2	(10 - 5)	50	10	50	10	25	2,5
Análise 6	2	(10 - 5)	50	10	50	10	30	3

Nas Tabelas 1, 2 e 3:

$x \rightarrow$ Ponto de aplicação da carga concentrada;

$(x_f - x_i) \rightarrow$ Distribuição do carregamento ao longo do vão;

$x_f \rightarrow$ Posição final do carregamento distribuído na estrutura;

$x_i \rightarrow$ Posição inicial do carregamento distribuído na estrutura;

$P \rightarrow$ Valor da carga aplicada;
 $Q \rightarrow$ Valor do carregamento aplicado;
 $L \rightarrow$ Comprimento do vão;
 $F \rightarrow$ Altura da flecha;
 $\left(\frac{F}{L}\right) \rightarrow$ Relação entre a flecha e do comprimento do vão da estrutura (grau de abatimento);
 $Q \cdot (xf - xi) \rightarrow$ Carga inicial utilizada na análise.

Para calcular as reações na direção horizontal nos apoios do arco triarticulado utiliza-se a Equação 1 em que é obtida pelo método da viga de substituição proposto por Sussekind (1981).

$$H' = \frac{Mg}{F} \quad \text{Eq. [1]}$$

Em que:

$H' \rightarrow$ Solicitação horizontal no arco;

$Mg \rightarrow$ Momento fletor na viga de substituição em relação à rótula central;

$F \rightarrow$ Valor da flecha do arco.

Para se obter o valor da força normal em qualquer seção de um arco triarticulado na forma da linha de pressões utiliza-se a Equação 2. A linha de pressões é a forma em que no arco se verifica apenas esforços normais simples de compressão com momento fletor nulo em todas as seções do arco.

$$|NS| = \sqrt{Qs^2 + H'^2} \quad \text{Eq. [2]}$$

Em que:

$NS \rightarrow$ Esforço normal em uma seção qualquer do arco;

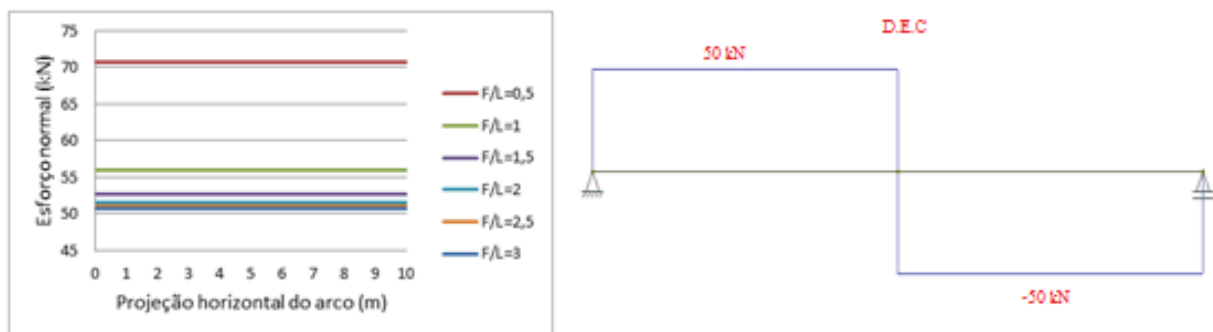
$Qs \rightarrow$ Força cortante em uma seção qualquer da viga de substituição;

$H' \rightarrow$ Reação horizontal solicitante no arco.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas análises verifica-se a relação denominada de grau de abatimento que conforme Brito (2013) caracteriza a relação entre a flecha e o vão do arco. Nas análises pretende-se verificar o comportamento dos esforços normais em arcos na forma da linha de pressões, conforme se aumenta o grau de abatimento, comparando para três tipos de carregamentos distintos, porém equivalentes quanto a solicitação. Os dados utilizados nessas análises podem ser verificados nas Tabelas 1, 2 e 3. A Figura 1 representa os esforços normais em todas as seções do arco e a força cortante na viga de substituição para carga concentrada, a Figura 2 para carga distribuída e a Figura 3 para carga concentrada e distribuída aplicadas simultaneamente (ver Tabelas 1, 2 e 3).

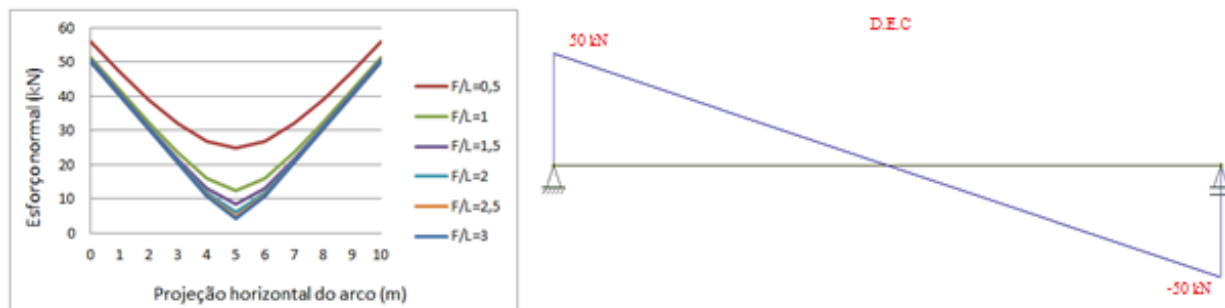
Figura 1: Diagrama de esforço normal para os casos analisados (TABELA 1) e diagrama de força cortante na viga de substituição



Na Figura 1 observa-se que quanto maior o grau de abatimento menor será o esforço normal máximo que atua no arco, chegando a valores de aproximadamente 72 kN para o grau de abatimento de 0,5 e 50,69 kN para o grau de abatimento igual a 3. O valor da normal decresce com o aumento do grau

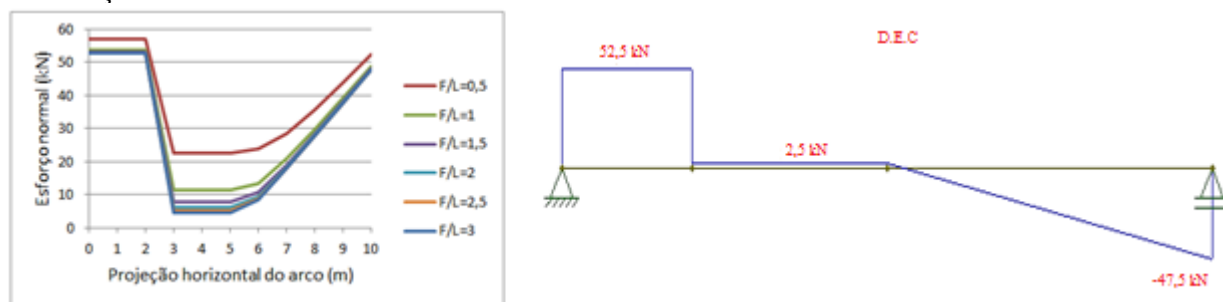
de abatimento, pois depende da solicitação horizontal no arco e da força cortante na viga de substituição (EQUAÇÃO 2) o valor da solicitação horizontal no arco é inversamente proporcional ao valor da flecha (EQUAÇÃO 1). Portanto, os valores da normal decrescerão na proporção em que for aumentado o grau de abatimento. Ainda é possível observar que a distribuição de esforço normal é constante em todo o triarticulado quando a carga está concentrada no fecho central da estrutura. Isso ocorre, pois para esse caso a força cortante tem um módulo equivalente a 50 kN para toda a viga de substituição quando se aplica a carga no meio do vão. Assim, como a solicitação horizontal também é constante o valor do esforço normal tem o mesmo comportamento.

Figura 2: Esforço normal para os casos analisados (TABELA 2) e diagrama de força cortante na viga de substituição



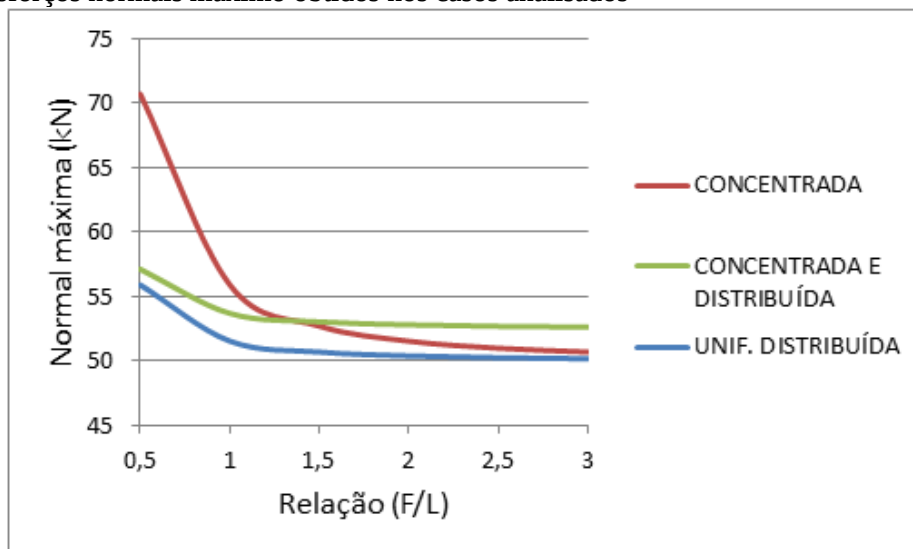
Para o segundo caso de carregamento analisado (FIGURA 2), o módulo do esforço normal é bem menor no meio do vão do que nos apoios. Isso acontece, pois, a força cortante na viga de substituição decresce linearmente do máximo positivo (50 kN) para o mínimo negativo (-50 kN), já no meio do vão é igual a zero. Assim, nos apoios terão as contribuições da cortante máxima e mínima que são equivalentes em módulo, e da solicitação horizontal. Na articulação central mais alta só haverá a contribuição da solicitação horizontal já que a cortante é igual à zero no meio do vão da viga de substituição para o caso analisado. Portanto, nos apoios serão os valores de normal máxima e na articulação central serão os valores de normal mínima. Para esse caso segue o mesmo princípio de que quanto mais se aumenta o grau de abatimento, menores serão os esforços normais gerados na estrutura.

Figura 3: Esforço normal para os casos analisados (TABELA 3) e diagrama de força cortante na viga de substituição



Na Figura 3 (terceiro caso de carregamento), do apoio até o ponto de carga concentrada a normal permanece constante com o valor máximo, pois a força cortante na viga de substituição é máxima nesse trecho. Entre a carga concentrada e distribuída a força cortante é igual a zero, assim, obtém-se os menores valores de normal havendo apenas contribuição da solicitação horizontal para o seu valor. Como nos outros casos analisados, o valor da normal diminui de acordo com que se aumenta o grau de abatimento pois o valor da solicitação horizontal é inversamente proporcional ao valor da flecha (EQUAÇÃO 1). Vale ressaltar que os comportamentos dos esforços normais são influenciados pelo comportamento da força cortante da viga de substituição, pois o valor da solicitação horizontal sempre é constante podendo variar somente a força cortante. Assim, a força cortante diferencia o comportamento do esforço normal para maior solicitação desse esforço ou menor solicitação de acordo com que o força cortante varia. A Figura 4 compara os esforços normais máximos em cada caso analisado.

Figura 4: Esforços normais máximos obtidos nos casos analisados



Com relação aos esforços normais máximos para os três casos analisados, observa-se na Figura 4 que para um grau de abatimento de 0,5 o caso de carga concentrada gera um esforço normal maior em relação aos outros casos analisados. Isso acontece devido o momento fletor da viga de substituição no ponto da rótula para esse caso possuir um maior módulo que nos outros casos analisados, assim, conseqüentemente, resulta em uma solicitação horizontal maior. Observa-se também, que os esforços normais máximos diminuem conforme se aumenta o grau de abatimento, a tal ponto que quando passam do grau de abatimento igual a 2 os valores tendem a ficar apenas com a contribuição do valor da força cortante máxima da viga de substituição. Esse comportamento é decorrente do valor da solicitação horizontal diminuir de tal forma a ter uma contribuição mínima para o esforço normal gerado. As curvas de esforços normais máximos para os casos de carga concentrada e de carga uniformemente distribuída tendem a convergir em 50 kN que é o valor da força cortante máxima gerada para esses dois casos. Já a curva de carregamento uniformemente distribuído e carga concentrada aplicadas simultaneamente tende ao valor de 52,5 kN que é o valor da força cortante máxima.

CONCLUSÃO

De acordo com a interpretação dos gráficos gerados, pode-se perceber que os esforços normais máximos geralmente se localizam nos apoios e os mínimos se apresentam na articulação central mais alta e que o comportamento desse esforço segue a força cortante da viga de substituição.

Conforme se aumenta o grau de abatimento o valor do esforço normal no arco diminui, pode-se também observar essa afirmação em Rebello (2000) que diz que quanto maior a flecha, menor o empuxo horizontal e, analogamente, quanto menor a flecha, maior o empuxo horizontal. Isso ocorre, pois nas análises deste trabalho, ao aumentar o grau de abatimento, manteve-se o vão do arco constante e aumentou-se apenas a flecha do arco. Percebeu-se que a magnitude da solicitação horizontal está diretamente ligada ao valor da flecha, e a solicitação horizontal está diretamente relacionado com o esforço normal. Assim, aumentando-se o grau de abatimento, por consequência, diminui o valor da solicitação horizontal e diminui o valor do esforço normal.

REFERÊNCIAS

- BRITO, Eder Leite de. DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS DA SUPERESTRUTURA DE UMA PONTE EM ARCO TRIARTICULADO DE MADEIRA SOB A ÓTICA DO PROJETO DE REVISÃO DA NBR 7190 DE 2011. 2013. 300 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá – MT, 2013.
- REBELLO, Y. C. P. A CONCEPÇÃO ESTRUTURAL E A ARQUITETURA. Ed. Zigue, São Paulo, 2000.
- SÜSSEKIND, Jose Carlos. CURSO DE ANÁLISE ESTRUTURAL: Estruturas Isostáticas. 6. ed. Porto Alegre - Rio de Janeiro: Globo, 1981. 366 p.