

## APLICAÇÃO DE UM MODELO ARX NO ESTUDO DE UM BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL

LUCAS CASTRO SOUSA<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Doutorando em Engenharia Mecânica, PUC, Rio de Janeiro-RJ, lucascastro.mec@gmail.com

Apresentado no  
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC  
Goiânia/GO – Brasil  
15 a 17 de setembro de 2021

**RESUMO:** Em busca do desenvolvimento de novas técnicas de controle, modelos matemáticos fidedignos que retratem a realidade com precisão são cada vez mais requeridos. Assim, a aplicação de métodos de identificação de sistemas dinâmicos tem despertado interesse em diversas áreas como a robótica, química e aeroespacial. Neste trabalho, fez-se uso da técnica de identificação linear ARX (AutoRegressive with eXogenous input) para a predição de um modelo de um braço robótico flexível a partir de dados reais obtidos na plataforma DaISy. Os parâmetros estimados foram obtidos por meio do algoritmo de Mínimos Quadrados (Least Square - LS) e são avaliados por meio do método de simulação (passo à frente e livre) e pelas métricas de quantidade de erro (Erro médio quadrático – RMSE e Coeficiente de correlação múltipla -  $R^2$ ).

**PALAVRAS-CHAVE:** identificação de sistemas, modelo ARX, sistemas dinâmicos robóticos.

### APPLICATION OF AN ARX MODEL IN THE STUDY OF A FLEXIBLE ROBOTIC ARM

**ABSTRACT:** In search of the development of new control techniques, reliable mathematical models that accurately show reality are increasingly required. Thus, the application of methods for identifying dynamic systems has aroused interest in several areas such as robotics, chemistry and aerospace. In this work, the ARX (AutoRegressive with eXogenous input) linear identification technique was used to predict a model of a flexible robotic arm from real data obtained on the DaISy platform. The estimated parameters were obtained using the Least Square algorithm (LS) and are evaluated by means of the simulation method (One step ahead and free run simulation) and by the error quantitative metrics (Mean squared error - MSE and Multiple correlation coefficient -  $R^2$ ).

**KEYWORDS:** system identification, ARX model, robotic dynamic systems.

### INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de obtenção de um modelo físico-matemático baseado no comportamento de um sistema dinâmico é denominado modelagem (Söderström, 1989). No entanto, devido a não linearidades envolvidas no sistema, bem como a falta de informação suficiente sobre o comportamento e das propriedades que constituem o mesmo, a modelagem direta pode se tornar impossível. Dessa forma, técnicas de identificação de sistemas dinâmicos têm se tornado de extrema importância para o desenvolvimento de modelos matemáticos.

A identificação de sistemas consiste no desenvolvimento de uma modelagem baseada no comportamento dos dados de entrada e saída do sistema (Coelho & Coelho, 2015; Melo et al., 2016). Assim, a partir de diferentes técnicas de identificação é possível aproximar o sistema dinâmico, cujo modelo é desconhecido, por um equacionamento utilizando os dados obtidos experimentalmente (Ogata, 1995; Ljung 1987). A metodologia de identificação de sistemas vem adquirindo grande importância na robótica, por exemplo, devido ao fato de que os parâmetros envolvidos na dinâmica dos robôs dependem do meio em que os mesmos se localizam, tal como: tráfego sobre solos rígidos ou

deformáveis, gravidade, temperatura ambiente, dentre outros (Tavares, 2012). Assim, é muito importante que um modelo fidedigno dos diversos componentes da dinâmica de um robô seja definido.

Com isso, o objetivo do estudo visa verificar em tela o desempenho do método de identificação “off-line” ou em batelada denominado ARX (AutoRegressive with eXogenous input), método este em que uma vez coletados os dados de entrada e saída pode ser realizada a identificação do modelo dinâmico do braço robótico flexível em estudo.

## MATERIAIS E MÉTODOS

O modelo de identificação utilizado neste trabalho é o modelo polinomial linear denominado ARX que em resumo se caracteriza por ser autorregressivo e apresentar uma excitação externa (Lopes et al., 2017; Dias et al., 2012). Seu equacionamento geral é dado pela Equação 1:

$$y(k) = -a_1y(k-1) - \dots - a_{na}y(k-na) + b_1u(k-1) + \dots + b_{nb}u(k-nb) + \xi(k) \quad (1)$$

Onde,

$u$  é a entrada do sistema,  $y$  é a saída,  $k$  é o instante atual,  $na$  é o número de pólos,  $nb$  é o número de zeros e, por fim,  $\xi$  representa o erro de modelagem. A Equação 1 é obtida por meio do estudo de modelos dinâmicos em tempo discreto (ver o capítulo 2 de Åström & Wittenmark (1997)).

Em notação matricial, a Equação 1 pode ser compactada da seguinte forma:

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + \xi(k) \quad (2)$$

Em que  $\varphi^T = [-y(k-1) \dots -y(k-na) \ u(k-1) \dots u(k-nb)]$  e  $\theta^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{nb}]$ , em que  $\varphi$  contém os dados do sistema e  $\theta$  contém o vetor de parâmetros a se estimar. Assim, um conjunto de tamanho  $N$  pode ser representado, em notação matricial:

$$Y_N^T = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)] \quad \varphi_N^T = [\varphi(1) \ \varphi(2) \ \dots \ \varphi(N)] \quad (3)$$

Assim, o vetor de parâmetros estimados pode ser obtido por mínimos quadrados (LS):

$$\widehat{\theta}_N = [\varphi_N^T \varphi_N]^{-1} \varphi_N^T Y_N \quad (4)$$

Existem diversas métricas de validação da estimação realizada, dentre elas o tipo de simulação OSA (One Step Ahead) ou passo à frente e o FR (Free Run simulation) simulação livre. Além destas, métricas quantitativas de erro também são levadas em consideração. Neste trabalho são utilizadas as métricas MSE e  $R^2$ .

A simulação passo à frente (OSA) se faz pela diferença entre o medido e o estimado a cada iteração. Já a simulação livre (FR) é obtida a partir de estimações anteriores. Logo, uma estimação inicial é realizada e a rotina computacional de simulação livre implementa as demais estimações.

A Métricas quantitativas de erro são baseadas nos resíduos, ou seja, a diferença ( $\xi$ ) entre os dados medidos e estimados pelas técnicas OSA e FR. A técnica MSE é dada pela Equação 5 e a técnica  $R^2$  pela Equação 6, onde  $R^2 = 1$  significa 100% de reconstrução dos dados medidos pelos dados estimados, sendo  $R^2 > 0.9$  já considerado suficiente para a grande maioria das aplicações.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\xi(t)]^2 \quad (5)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N [\xi(t)]^2}{\sum_{t=1}^N [y(t) - \bar{y}]^2} \quad (6)$$

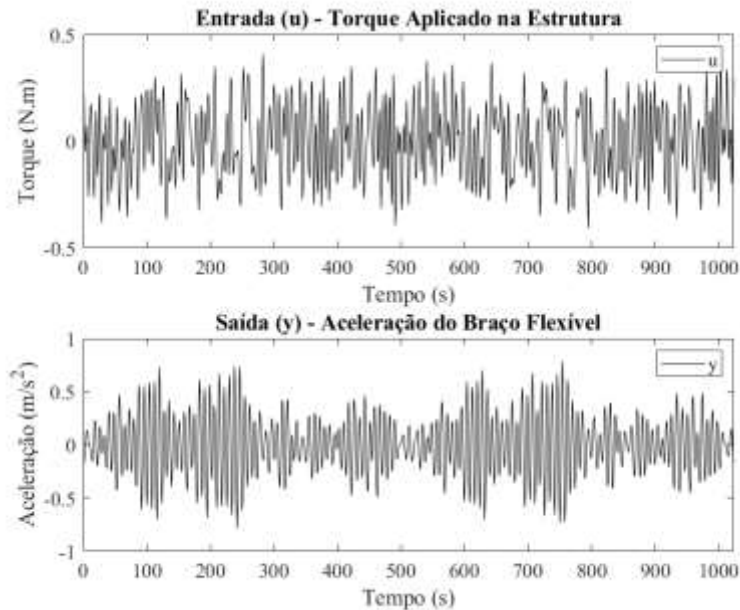
Onde a barra superior nos dados estimados significa o valor médio da sequência.

A ferramenta MATLAB®, versão R2019b foi empregada para a simulação computacional utilizando um computador com Intel Core I5 e 8GB de memória RAM.

## RESULTADOS

O braço robótico está instalado em um motor elétrico, tendo como medida de entrada do sistema o torque aplicado na estrutura e como saída de medição a aceleração no braço flexível. Os dados foram obtidos da base de dados DaISy (DaISy, 2006) com medições reais realizadas pela universidade de KU Leuven na Bélgica. Durante o estudo do modelo ARX foram realizadas diferentes combinações de  $n_a$  e  $n_b$  definidos nos intervalos de  $[1, 10]$ , sendo selecionados os 5 melhores casos para cada tipo de simulação (passo à frente e livre). Por fim, como dado de validação do modelo foi utilizado a parte final do dado de estimação (15% do dado total).

Figura 1. Dados de entrada e saída do sistema (DaISy, 2006).



Os resultados obtidos encontram-se listados na Tabela 1, onde pode-se notar os valores das métricas MSE e  $R^2$  para os dados de estimação e validação considerando a simulação um passo à frente e simulação livre.

Tabela 1: Resultados obtidos utilizando a técnica ARX

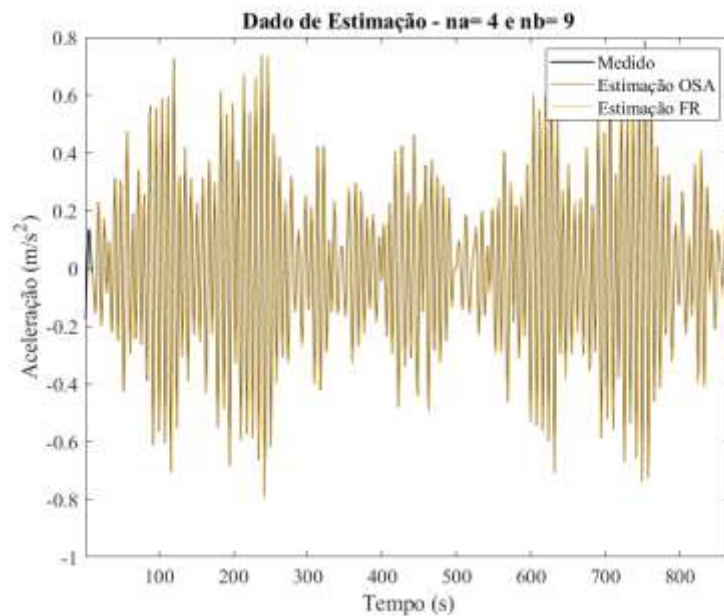
Tipo Simulação	Nº Caso	$n_a$	$n_b$	MSE Estimação	MSE Validação	$R^2$ Estimação	$R^2$ Validação
OSA	38	4	8	5.44 E-4	3.77 E-4	0.9999	0.9999
	39	4	9	5.32 E-4	3.60 E-4	0.9999	0.9999
	48	5	8	5.33 E-4	3.83 E-4	0.9999	0.9999
	50	5	10	5.08 E-4	3.45 E-4	0.9999	0.9999
	60	6	10	3.36 E-4	2.51 E-4	0.9999	0.9999
FR	38	4	8	1.45 E-2	1.05 E-2	0.9974	0.9974
	39	4	9	9.11 E-3	1.04 E-2	0.9989	0.9975
	48	5	8	1.79 E-2	1.09 E-2	0.9960	0.9973
	50	5	10	9.52 E-3	1.07 E-2	0.9989	0.9974
	60	6	10	1.04 E-2	1.05 E-2	0.9986	0.9974

Após a verificação dos 10 melhores casos entre todos os testes, definiu-se a combinação  $n_a = 4$  e  $n_b = 9$  a melhor de todas, uma vez que a simulação um passo à frente possui resultados muito parecidos. Pela própria característica do método de passo à frente, os erros são redefinidos a cada

iteração e portanto os resultados são bem similares. De forma contrária, a simulação livre acumula o erro a cada iteração sendo mais fácil a verificação de discrepâncias a cada caso. Nota-se ainda que o aumento dos parâmetros na e nb não influencia drasticamente no resultado encontrado. No entanto, quanto maior a quantidade de parâmetros mais difícil tende a se tornar visível a influência de cada um dos mesmos no sistema o que pode dificultar a implementação de sistemas de controle avançado.

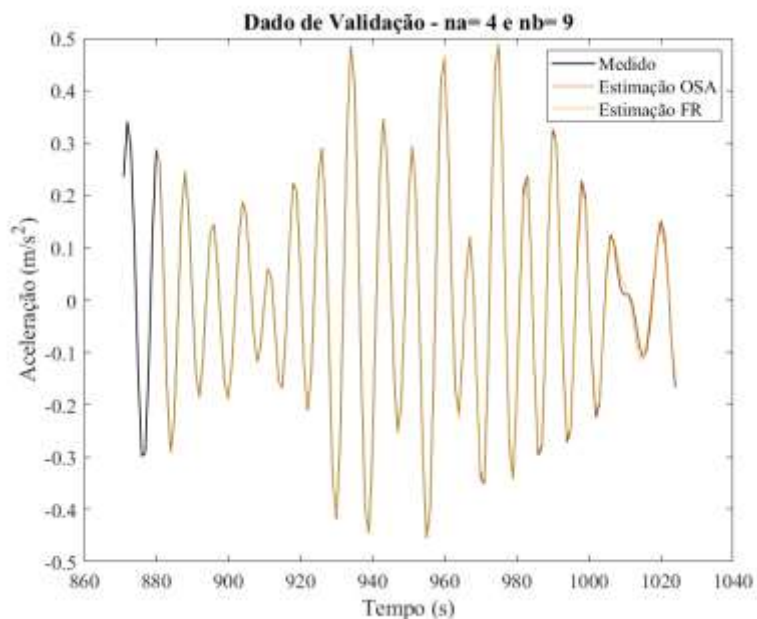
As Figuras 2 e 4 apresentam o comparativo entre os dados medidos (entrada e saída) e os dados de estimação e validação, considerando as simulações OSA e FR.

Figura 2. Identificação do modelo considerando o melhor caso e o dado de estimação.



Pode-se verificar a convergência entre os dados medidos e estimados tanto em OSA como em FR, tendo os resultados corroborados pelas métricas quantitativas de erro MSE e  $R^2$  (Tabela 1).

Figura 3. Identificação do modelo considerando o melhor caso e o dado de validação.



## CONCLUSÃO

No trabalho aqui desenvolvido, a técnica ARX de identificação de sistemas dinâmicos foi utilizada com o objetivo de se estimar os parâmetros do modelo discreto de um braço robótico flexível a partir de dados reais considerando o torque na estrutura do braço e a aceleração desta estrutura flexível.

Foram desenvolvidas as simulações em passo à frente (OSA) e livre (FR) bem como comparações via métricas quantitativas de erro MSE e  $R^2$ . Dessa forma, pôde-se notar que as soluções numéricas obtidas no estudo foram satisfatórias visto que condizem com o encontrado graficamente, o que corrobora com o fato de que o modelo ARX pode ser útil na modelagem de sistemas dinâmicos.

Por fim, testes com modelos mais avançados de identificação contendo não linearidades como o NARX e o NARMAX podem ser ainda explorados como um próximo passo para o presente trabalho.

## REFERÊNCIAS

- Åström, K. J.; Wittenmark, B. Computer controlled systems. 3rd. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1997.
- Coelho, A. A. R.; Coelho, L. S. Identificação de sistemas dinâmicos lineares. 2rd, Florianópolis: Editora UFSC, 2015.
- DaISy. DaISy: Database for the Identification of Systems, Department of Electrical Engineering, ESAT/STADIUS, KU Leuven, Belgium. 2006 Disponível em: <https://homes.esat.kuleuven.be/~smc/daisy/daisydata.html>. Acesso em: 05 de março de 2020.
- Dias, J. M. A.; Pereira, G. A. S.; Palhares, R. M. Identificação do Modelo Dinâmico Longitudinal de um Carro Autônomo. In: XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012, Campina Grande. Anais... Paraíba: CBA, 2012.
- Ljung, L.; System identification: theory for the user. Information and System Sciences Series 198: Prentice-Hall, 1987.
- Lopes, V. H. S.; Zapparoli, I. O.; Pereira, E. B. Uso de identificação de sistemas para modelagem do movimento da mão utilizando eletromiógrafo de bancada. In: XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2017, Porto Alegre. Anais... Rio Grande do Sul: SBAI, 2017.
- Melo, F. E. M.; Façanha, C. P.; Maia, J. E. B. Identificação de modelo ARX e controle PID de um conjunto experimental correia rolante e motor CC. Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 4, n. 1, 2016.
- Ogata, K.; Discrete-time control systems. 2rd, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995.
- Söderström, T.; System identification. 1rd, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1989.
- Tavares, M. F. Utilização dos modelos ARX e ARMAX em plantas industriais ruidosas. São Carlos: USP. 2012. 112f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).