

## **ANÁLISE COMPUTACIONAL DA EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO DE ONDA DE CHEIA DE SAINT-VENANT**

WANDSON DE FREITAS PEREIRA<sup>1\*</sup>, JÁRDSON MACÊDO DA SILVA<sup>2</sup>  
LUIZ ALBERTO RIBEIRO MENDONÇA<sup>3</sup>; SÁVIO DE BRITO FONTENELE<sup>4</sup>; JÚNIO MOREIRA DE ALENCAR<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Engenheiro Civil, UFCA, Juazeiro do Norte-CE, eng.wandsonfreitas@gmail.com;

<sup>2</sup>Engenheiro Civil, UFCA, Juazeiro do Norte-CE, jardsonmacedo@hotmail.com;

<sup>3</sup>Dr. em Engenharia Civil – UFC, Docente na Universidade Federal do Cariri, larm@ufc.br;

<sup>4</sup>Dr. em Engenharia Agrícola – UFC, Docente na Faculdade Paraíso do Ceará, savio.fontenele@hotmail.com;

<sup>5</sup>Me. em Matemática – UFC, Docente no Instituto Federal do Ceará, juniomoreira22@gmail.com.

Apresentado no  
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2017  
8 a 11 de agosto de 2017 – Belém-PA, Brasil

**RESUMO:** Este trabalho se propõe a analisar eficiência de um modelo computacional baseado na equação de propagação de onda de cheia de Saint-Venant, solucionada pelo método das diferenças finitas. O modelo possui três modelagens matemáticas distintas para a equação de Saint-Venant, e foi aplicado em três áreas de estudo distintas. A Microbacia Hidrográfica do São José (MHSJ), cujo rio principal possui 13,7 km e um trecho monitorado de 665 m; a Sub-Bacia Hidrográfica Patos/Cariús/Iguatu (SBHPCI) com um rio principal de 60 km e trecho de monitoramento de 26,5 km; e um canal experimental com um trecho monitorado de 1,566 m. A análise de eficiência do modelo baseou-se nos valores obtidos para o Coeficiente de Nash-Sutcliffe e no desvio-padrão destes resultados. Permitindo assim que seja identificada a modelagem matemática com maior eficiência. Os eventos da MHSJ foram os que apresentaram a maior divergência entre os hidrogramas de entrada e saída, indicando uma influência considerável dos demais processos hidráulicos e hidrológicos no escoamento superficial desta microbacia. Os hidrogramas da SBHPCI foram mais bem comportados, indicando que este rio tem o comportamento semelhante a um canal, onde as perdas e ganhos em trânsito são menos significativos, com pouca influência no escoamento superficial. No canal experimental foram obtidos os piores resultados. A Equação 2 obteve no total um NSE médio de 0,779 e um desvio-padrão de 0,326, apresentando o melhor resultado em todos os cenários.

**PALAVRAS-CHAVE:** Escoamento Superficial. Hidrograma. Coeficiente de Nash-Sutcliffe.

### **COMPUTING ANALYSIS OF SAINT-VENANT WAVE PROPAGATION EQUATION**

**ABSTRACT:** This work proposes to analyze the efficiency of a computational model based on the Saint-Venant flood wave equation, solved by the finite difference method. The model has three distinct mathematical models for the Saint-Venant equation, and has been applied in three different study areas. The São José Hydrographic Basin (MHSJ), whose main river has 13,7 km and a monitored stretch of 665 m; The Patos/Cariús/Iguatu Sub-Basin (SBHPCI) with a main river of 60 km and a monitoring section of 26,5 km; And an experimental channel with a monitored section of 1,566 m. The efficiency analysis of the model was based on the values obtained for the Nash-Sutcliffe Coefficient and the standard deviation of these results. This allows the mathematical modeling to be identified with greater efficiency. The MHSJ events were the ones that presented the greatest divergence between the inlet and outlet hydrographs, indicating a considerable influence of the other hydraulic and hydrological processes in the runoff of this microbasin. SBHPCI hydrographs were better behaved, indicating that this river has a channel-like behavior, where the losses and gains in transit are less significant, with little influence on the runoff. In the experimental channel the worst results were obtained. Equation 2 obtained in total an average NSE of 0,779 and a standard deviation of 0,326, presenting the best result in all scenarios.

**KEYWORDS:** Runoff flow. Hydrograph. Nash-Sutcliffe coefficient.

## INTRODUÇÃO

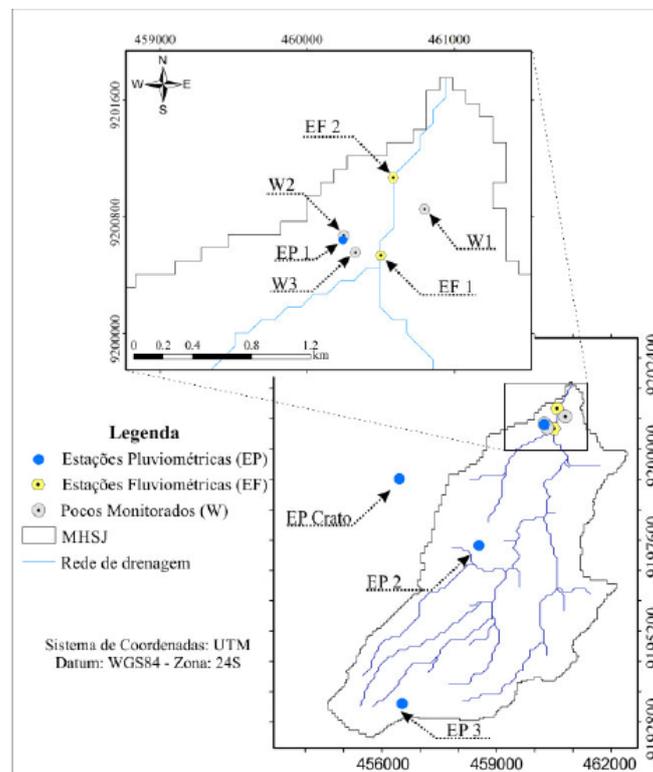
No cenário atual onde a escassez dos recursos hídricos é eminente, principalmente em regiões críticas como o semiárido nordestino, o estudo das bacias hidrográficas vem se tornando essencial para garantir a disponibilidade de água potável à sociedade e prevenir inundações em áreas de risco. A equação de propagação de onda de Saint-Venant é uma das mais utilizadas para o dimensionamento do escoamento superficial, por sua quantidade reduzida de parâmetros que facilitam a sua aplicação.

Este trabalho se propõe a analisar a propagação de onda de cheia de Saint-Venant através de uma modelagem computacional, buscando identificar qual modelagem matemática, aplicada à equação de Saint-Venant, é mais eficiente para a reprodução de escoamentos superficiais em bacias hidrográficas e canais. Busca-se compreender a dinâmica de propagação de onda de cheia e representá-la por meio de um modelo computacional que possa reproduzir o processo hidrológico com o máximo de eficiência. Para identificar a modelagem matemática com maior eficiência utilizou-se o Coeficiente de Nash-Sutcliffe (NSE) (NASH e SUTCLIFFE, 1970). Este coeficiente permite avaliar os resultados de uma simulação baseando-se nos valores reais, e assim determinar se a simulação é satisfatória ou não. Como análise complementar observou-se os desvios-padrão dos resultados dos NSEs, permitindo assim que se identifique a equação que apresenta o menor grau de dispersão nos resultados, e conseqüentemente a maior estabilidade.

## MATERIAIS E MÉTODOS

A primeira área de estudo foi a Microbacia Hidrográfica do São José (MHSJ), situada na região metropolitana do Cariri Cearense, abrangendo áreas dos municípios de Barbalha, Crato e Juazeiro do Norte. A microbacia pertence a sub-bacia do Salgado, possui área de 40 km<sup>2</sup> e é composta por aquíferos aluvionares localizados sobre formações areníticas. O clima predominante é o Tropical Quente Semiárido Brando com precipitação anual média acima de 800 mm (FONTENELE, 2015). O rio principal possui comprimento de 13,7 km e nele foram instaladas duas estações fluviométricas, distanciadas de aproximadamente 665 m. O trecho do rio principal escolhido foi dividido em dois trechos menores, onde o primeiro trecho possui 465 m de extensão e sinuosidade de 1,46 e o segundo trecho possui 200 m de extensão e sinuosidade de 1,46. A Figura 1 apresenta a localização da MHSJ.

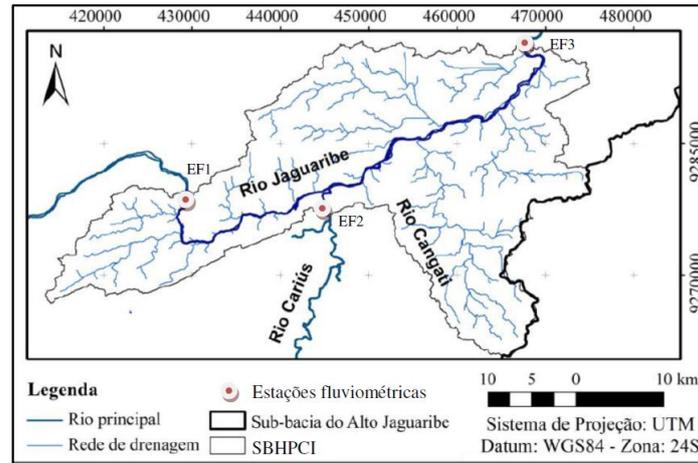
Figura 1. Localização da MHSJ e suas estações de monitoramento



Fonte: FONTENELE (2015, p. 63)

A segunda área de estudo foi a Sub-bacia Hidrográfica Patos/Cariús/Iguatu (SBHPCI), situada no alto sertão nordestino, com precipitação anual entre 400 e 800 mm (LANDIM, 2014). Na sub-bacia definiu-se um trecho do rio Jaguaribe de 60 km, com estações fluviométricas instaladas à montante e à jusante, constituídas de réguas limnimétricas, com monitoramento diário das cargas hidráulicas realizadas por órgãos governamentais (CPRM e ANA). As vazões foram obtidas a partir das respectivas curvas-chave e estão disponíveis no sistema hidroweb da ANA. Nesta área a calha do rio encontra-se sobre depósitos aluvionares, sobre rochas do embasamento pré-cambriano, de aproximadamente 25 m de espessura. O comprimento monitorado do rio é de 26,5 km divididos em quatro trechos com comprimentos respectivos de 6,5 km, 7,5 km, 6,0 km e 6,5 km. As sinuosidades adotadas para os quatro trechos do rio são respectivamente 1,2, 1,1, 1,2 e 1,8. O intervalo de monitoramento das seções é de 12 horas. A Figura 2 apresenta a localização da SBHPCI e suas estações fluviométricas.

Figura 2. Estações fluviométricas da Sub-Bacia Hidrográfica Patos/Cariús/Iguatu



Fonte: FONTENELE (2015, p. 60)

Como forma de análise comparativa, foi realizado um estudo experimental no canal Edibon®, instalado no Laboratório de Recursos Hídricos da Universidade Federal do Cariri (UFCA). O canal é composto de uma seção retangular com paredes transparentes por onde a água circula, possui comprimento aproximado de 5 m, largura de 64 mm e altura máxima para a lâmina de água de 250 mm. A água é inserida em um tanque de armazenamento, sendo retirada deste por meio de uma bomba hidráulica e conduzida para a entrada do canal, que por fim deságua novamente no tanque de armazenamento, formando assim um circuito fechado. O experimento consistiu da realização de ondas artificiais neste canal, através de acessório específico, que foram monitoradas por dois aparelhos do tipo Hobo U20 water level (Onset®) inseridos no fundo do canal e distanciados 1,566 m entre si. Os dados de carga hidráulica registrados foram convertidos para vazão, através de uma curva-chave elaborada previamente e utilizados para a execução da simulação no software e comparação entre os valores medidos e simulados.

A Equação de Propagação de Onda de Saint-Venant foi solucionada numericamente através do método das diferenças finitas. No método das diferenças finitas temos um fator ponderador  $\theta$  (teta) que varia entre 0 e 1, se o  $\theta$  for zero tem-se o método explícito, se for 0,5, tem-se o esquema de Crank-Nicholson e se for a unidade, tem-se o step futuro, que é o método completamente implícito (WROBEL et. al., 1989). No modelo computacional o  $\theta$  é incrementado automaticamente para a obtenção do método que proporcione o melhor resultado para a equação. A seguir são apresentadas as equações utilizadas.

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\frac{\Delta t}{S_i \times \Delta x} \times \theta \times Q_i^{j+1} - A_i^{j+1} - \frac{\Delta t}{S_i \times \Delta x} \times (1-\theta) \times (Q_{i+1}^j - Q_i^j) + A_i^j + \frac{\Delta t}{S_i}}{\theta \times \frac{\Delta t}{S_i \times \Delta x}} \quad (\text{Eq. 1})$$

$$Q_{i+1}^{j+1} = Q_i^{j+1} + \frac{\left\{ -\rho_0 \frac{1}{S_i} (1-\theta) Q_{i+1}^j + Q_i^j \left[ \rho_0 \frac{1}{S_i} (1-\theta) + 1 \right] - Q_i^{j+1} \right\} S_i}{\rho_0 \theta}, \text{ Para } \Delta t \rightarrow 0 : V_i^{j+1} \rightarrow V_i^j \quad (\text{Eq. 2})$$

$$Q_{i+1}^{j+1} = Q_i^j + \frac{\{-\rho_0 \frac{1}{S_i}(1-\theta)Q_{i+1}^j + Q_i^j[\rho_0 \frac{1}{S_i}(1-\theta)+1] - Q_i^j\}S_i}{\rho_0 \theta}, \text{ Para } \Delta t \rightarrow 0 : V_i^{j+1} \rightarrow V_i^j \text{ e } A_i^{j+1} \rightarrow A_i^j, \text{ então } Q_i^{j+1} \rightarrow Q_i^j. \quad (\text{Eq. 3})$$

Em que: i: índice do espaço [-]; j: índice do tempo [-]; Q: Descarga no canal [L<sup>3</sup>.T<sup>-1</sup>]; A: área [L<sup>2</sup>]; V: velocidade [L.T<sup>-1</sup>]; S<sub>i</sub>: coeficiente de sinuosidade [-]; x: espaço [L]; t: tempo [T]; θ: teta do método e  $\rho_0 = \frac{\Delta t \cdot Q_i^j}{\Delta x \cdot A_i^j}$ .

Para este trabalho, o modelo computacional MHIRA (FONTENELE, 2015) foi adaptado, excluindo-se as classes responsáveis pela infiltração e pelo fluxo subterrâneo, e isolando a classe responsável pela propagação de onda de cheia. Dessa forma a análise torna-se restrita ao escoamento superficial, que constitui o escopo deste trabalho, desconsiderando assim a interação rio-aquífero, esta modificação levanta a hipótese de que o hidrograma de saída do modelo computacional se aproximará do hidrograma de entrada do escoamento monitorado. Em seguida foram implementadas as três modelagens matemáticas da equação de Saint-Venant, descritas anteriormente (Equações 1, 2 e 3), permitindo assim a análise sobre quais modelagens matemáticas apresentam os melhores resultados.

A validação e a análise dos resultados do modelo computacional foram realizadas através da análise conjunta do NSE, sobre os resultados de vazão obtidos, juntamente com o desvio-padrão (σ) dos NSEs. O NSE informa sobre o quanto os resultados da simulação se aproximam dos resultados reais, seu intervalo varia entre -∞ e 1, sendo que valores superiores a 0,5 serão considerados satisfatórios (MORIASI, 2007). O desvio-padrão reflete o grau de dispersão dos NSEs em relação à média, indicando o quão estável, ou confiável, é a equação.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados para a MHSJ se mostraram bem satisfatórios, obtendo diversos NSEs com valores próximos a 1. O Evento 02, que possui as menores vazões (média e de pico) apresentou o pior resultado para esta simulação. Os eventos com maiores vazões 05, 06, 08, 09, 10 e 11, apresentaram os melhores resultados para o NSE. Os resultados da SBHPCI quando comparados ao hidrogramas de entrada apresentaram resultados medianos, o que indica que algum parâmetro desta bacia está influenciando no resultado da simulação, o que torna necessário uma análise individualizada dos parâmetros para identificar a quais deles o modelo computacional é mais sensível. Os eventos 07 e 08 não obtiveram resultados válidos para a Equação 3. No canal experimental os resultados foram satisfatórios nas equações 1 e 2, e negativos na Equação 3. O Evento 02 obteve NSE negativo em todas as equações, não sendo possível identificar o que influenciou este resultado. O evento com o melhor resultado, em todas as equações, foi o Evento 03.

Na análise comparada aos hidrogramas de entrada a Equação 2 obteve os melhores resultados, com NSE médio de 0,779 e desvio padrão de 0,326, além de conseguir resultados positivos para o NSE em 95,8% dos eventos, contra 75% da Equação 1 e 70,8% da Equação 2. O pior resultado foi o da Equação 1 com NSE médio de -3,020 e desvio padrão de 11,461. E a equação com a maior quantidade de resultados inválidos foi a Equação 3, o que confirma que neste cenário a simplificação adotada na Equação 2 é a mais eficiente. A Tabela 1 apresenta a análise geral de todos os eventos simulados comparando-os aos hidrogramas de entrada.

Tabela 1. Resultado geral das simulações comparadas aos hidrogramas de entrada

Evento	Vazão de Pico (m <sup>3</sup> /s)	Vazão Média (m <sup>3</sup> /s)	Passo de Tempo	Coeficiente de Nash-Sutcliffe		
				Equação 1	Equação 2	Equação 3
MHSJ - Evento 01	0.050	0.046	428	-7,56557	0,63730	0,81479
MHSJ - Evento 02	0.044	0.041	601	-19,90700	0,41008	0,74609
MHSJ - Evento 03	0.187	0.079	587	0,87936	0,98206	0,99341
MHSJ - Evento 04	0.087	0.070	191	-1,52106	0,47573	0,66168
MHSJ - Evento 05	36.792	3.103	791	1,00000	0,99998	0,99823
MHSJ - Evento 06	42.586	4.222	466	1,00000	0,99998	0,99810
MHSJ - Evento 07	1.359	0.337	1104	0,99896	0,99856	0,99856
MHSJ - Evento 08	244.855	15.067	4801	1,00000	1,00000	0,99957
MHSJ - Evento 09	330.020	20.296	3301	1,00000	1,00000	0,99898
MHSJ - Evento 10	61.439	3.616	3176	1,00000	1,00000	0,99919
MHSJ - Evento 11	270.657	19.128	3300	1,00000	1,00000	0,99961

BHPCI - Evento 01	7.135	2.890	44	0,88588	0,85269	0,68229
BHPCI - Evento 02	13.653	5.411	44	0,87031	0,80267	0,13572
BHPCI - Evento 03	3.350	2.023	71	0,48694	0,35057	-0,55583
BHPCI - Evento 04	0.660	0.357	48	0,56621	0,42617	0,20571
BHPCI - Evento 05	333.920	17.938	222	0,99932	0,99806	0,79360
BHPCI - Evento 06	18.520	4.381	88	0,99623	0,99218	0,72042
BHPCI - Evento 07	791.500	45.031	410	-6,80409	0,98751	-
BHPCI - Evento 08	171.038	25.212	105	-52,18820	0,98158	-
CANAL - Evento 01	0.735	0.597	251	0,80230	0,80226	-1,69223
CANAL - Evento 02	0.553	0.419	226	-0,32279	-0,32281	-2,48267
CANAL - Evento 03	0.392	0.223	151	0,51526	0,51520	0,97037
CANAL - Evento 04	0.268	0.137	151	0,85236	0,85216	-1,10477
CANAL - Evento 05	0.178	0.054	251	0,96484	0,96408	-1,60426
Média				-3,02045	0,77942	0,28530
Desvio Padrão				11,46132	0,32613	1,05979

A Equação 1 apresentou o pior resultado, com um NSE negativo de -3.020 e desvio-padrão de 11.461; a Equação 2 apresentou o melhor resultado, com um NSE de 0,779 e um desvio padrão de 0,326; a Equação 3 apresentou um resultado mediano com NSE de 0,285 e desvio-padrão de 1,060.

## CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos pode-se concluir que, os melhores resultados para a equação de propagação de onda de Saint-Venant são obtidos ao considerar a velocidade constante ( $V_i^{j+1} \rightarrow V_i^j$ ) para passos-de-tempo próximos a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ), conforme definido na Equação 2.

Como sugestão para um prosseguimento deste trabalho, torna-se relevante a realização de uma análise de sensibilidade dos demais parâmetros da rotina de propagação do MHIRA, como divisão e tamanho dos trechos, tamanho do passo-de-tempo, entre outros, para tentar identificar a quais parâmetros o modelo apresenta maior sensibilidade, que poderiam vir a interferir diretamente nos seus resultados. Uma análise deste tipo poderia definir intervalos de valores ótimos para os parâmetros do modelo computacional, otimizando consideravelmente os resultados da simulação.

## REFERÊNCIAS

- CHOW, V. T. MAIDMENT, D. R. MAYS, L. W. Applied Hydrology. McGraw-Hill International Editions . New York, 1988.
- COSTA, A. C. Analyzing and Modelling of Flow Transmission Processes in River Systems with a Focus on Semi-Arid Conditions. Tese de Doutorado. Departamento de Hidrologia e climatologia, Universidade de Potsdam, Potsdam-Germany, 2012.
- FONTENELE, S. B. Trocas Hídricas entre Rio e Aquífero em Regiões do Semiárido Hidrogeologicamente Distintas. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Agrícola, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.
- LANDIM, R. B. T. V. Uso do Modelo Dryrios na Simulação de Trocas Hídricas entre um Trecho do Rio Jaguaribe e o Aquífero Aluvionar na Bacia Hidrográfica Patos/ Cariús/ Iguatu – Ceará. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Agrícola, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.
- NASH, J. SUTCLIFFE, I. V.; River Flow Forecasting Through Conceptual Models Part I – A Discussion of Principles. Journal of Hydrology. Vol. 10, p. 282-290, 1970.
- MORIASI, D. N., et al. Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations. American Society of Agricultural and Biological Engineers. Vol. 50, p. 885-900, 2007.
- WROBEL, L. C., et al. Métodos Numéricos em Recursos Hídricos. Associação Brasileira de Recursos Hídricos. Rio de Janeiro, 1989.