

## ESTUDO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO EM VIGAS PAREDE

LUCAS NOGUEIRA DE ANDRADE<sup>1</sup>; AUGUSTO CÉSAR CHAVES CAVALCANTE<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Graduado em Engenharia Civil, UFERSA, Pau dos Ferros-RN, eng.lucas.nogueira@outlook.com;

<sup>2</sup> Graduação em Engenharia Civil, UFERSA, Pau dos Ferros-RN, augusto.cesar.pdf@gmail.com;

Apresentado no  
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2018  
21 a 24 de agosto de 2018 – Maceió-AL, Brasil

**RESUMO:** Este trabalho trata do estudo do Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicado ao elemento estrutural viga parede. O objetivo deste trabalho é analisar quanto os resultados de uma análise podem variar de acordo com que se aumenta a discretização da malha de elementos finitos de um modelo, assim podendo definir uma malha que apresente resultados satisfatórios. Com relação à análise das malhas realizou-se um teste de convergência do valor do deslocamento vertical no meio do vão da viga mantendo-se os mesmos parâmetros para todos os casos analisados com o intuito de determinar qual discretização mais se adequava ao modelo trazendo resultados satisfatórios. O critério de parada foi quando a diferença percentual entre os deslocamentos no meio do vão apresentou diferença menor que 1%. Diante dos resultados obtidos verificou-se que é necessário um estudo de discretizações das malhas de elementos finitos, pois os resultados podem variar muito caso não se modele uma malha apropriada com número de elementos conveniente.

**PALAVRAS-CHAVE:** Método dos elementos finitos, vigas parede, análise estrutural.

## STUDY OF THE FINITE ELEMENT METHOD APPLIED ON WALL BEAMS

**ABSTRACT:** This work deals with the study of the Finite Element Method (MEF) applied to the structural wall beam element. The objective of this work is to analyze how the results of an analysis may vary according to which increases the discretization the finite element mesh of a model, thus being able to define a mesh to produce satisfactory results. In relation to the analysis of the meshes a convergence test of the value of the vertical displacement in the middle of the beam keeping the same parameters for all cases analyzed in order to determine what more suited to the model discretization bringing satisfactory results. The stop was when the percentage difference between the displacements in the middle of the presented difference less than 1%. On the results it was found that there is a need for a study of discretizations of finite element meshes since results can vary greatly if you model a proper mesh with number of convenient elements.

**KEYWORDS:** Finite element method, wall beams, structural analysis.

## INTRODUÇÃO

Conforme Martha (1994), o Método dos Elementos Finitos (MEF) é utilizado para analisar diversos tipos de problemas da engenharia tais como: estudo dos deslocamentos e tensões em peças mecânicas, barragens, minas, torres, edifícios e coberturas. Essas análises baseiam-se na solução de um problema onde são estabelecidas equações diferenciais parciais relacionando variáveis de campo fundamentais dentro de um determinado domínio, tendo que satisfazer condições de restrições para as variáveis fundamentais e suas derivadas na fronteira do domínio.

Segundo Morais (2015), o estudo conceitual da teoria do método dos elementos finitos mostra-se cada vez mais relevante para as análises de estruturas, pois estes conceitos estão presentes em praticamente todos os softwares disponíveis e que, sem dúvida, podem e devem ser utilizados como ferramentas indispensáveis no cotidiano do engenheiro estrutural.

Para Morais (2015), o MEF baseia-se em uma discretização de domínios, podendo ter geometrias irregulares arbitrarias, assim geram-se elementos polinomiais básicos, que permitem, através da resolução das aproximações em seus nós, chegar a um comportamento aproximado da estrutura como um todo.

Para representar as deformações de uma estrutura o MEF baseia-se no Método de Rayleigh-Ritz. Conforme Assan (1996), esse método determina expressões conhecidas para representar a forma deformada da estrutura. Geralmente são polinômios ou funções trigonométricas que são denominadas funções aproximadoras para os deslocamentos ou funções de forma.

De acordo com o mesmo autor, essas equações são compostas por parâmetros de deslocamentos, que são parâmetros incógnitos. Para se obter esses parâmetros, deve-se resolver um sistema de equações que é obtido através da derivada da energia potencial em relação a cada parâmetro de deslocamento e igualando a derivada a 0 (zero).

Deve-se ser criterioso na escolha da função aproximadora. Ela deve convergir para a verdadeira linha elástica o máximo possível. Ainda, deve-se satisfazer as condições geométricas de contorno da estrutura e, na maioria das vezes, quanto maior o número de parâmetros de deslocamentos mais preciso é o resultado obtido para a linha elástica.

Quando se tem uma estrutura mais complexa, por consequência, é necessário uma maior discretização dessa estrutura para obterem-se resultados mais realistas, no entanto, maior também será o tempo computacional necessário para a resolução do problema.

De acordo com Morais (2015), quando se utiliza o método dos elementos finitos, sempre que possível, dependendo das propriedades do elemento, deve-se chegar a uma solução aproximada satisfatória com o menor número possível de elementos. Isso deve ser feito com o intuito de economizar recursos computacionais e ainda conseguir resultados realistas. Para este fim, o estudo de convergência de malha é algo primordial para uma análise utilizando o MEF.

Diante disso, este trabalho tem como objetivo estudar a influência da discretização de uma malha de elementos finitos para uma análise pelo Método dos Elementos Finitos.

## **METODOLOGIA**

Neste trabalho buscou-se verificar para qual discretização de malha os valores de deslocamento no meio do vão convergiram. Assim, modelou-se um modelo inicial e a partir dele obteve-se outros modelos aumentando o número de elementos finitos utilizados. Mantiveram-se todas as propriedades dos materiais e a mesma solicitação externa para todos os casos analisados diferenciando apenas a discretização da malha de elementos. Vale ressaltar que para essa análise foi adotado um módulo de elasticidade para o concreto de 25 GPa, um coeficiente de Poisson de 0,2 e uma solicitação externa de 1200 kN conforme a Tabela 1. A viga possui as seguintes dimensões: altura de 800 mm, espessura de 120 mm, comprimento total de 1650 mm e vão efetivo de 1200 mm. A viga é solicitada por duas cargas concentradas de igual valor e equidistantes dos apoios, aplicadas no bordo superior e foi baseada em uma das vigas ensaiadas por Jardim (1998).

Tabela1: Parâmetros utilizados no modelo

| $E$ (GPa)                                | $P$ (kN) | $\nu$ |
|--|----------|-------|
| 25                                       | 1200     | 0,2   |
| $E \rightarrow$ Módulo de elasticidade   |          |       |
| $P \rightarrow$ Solicitação externa      |          |       |
| $\nu \rightarrow$ Coeficiente de Poisson |          |       |

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

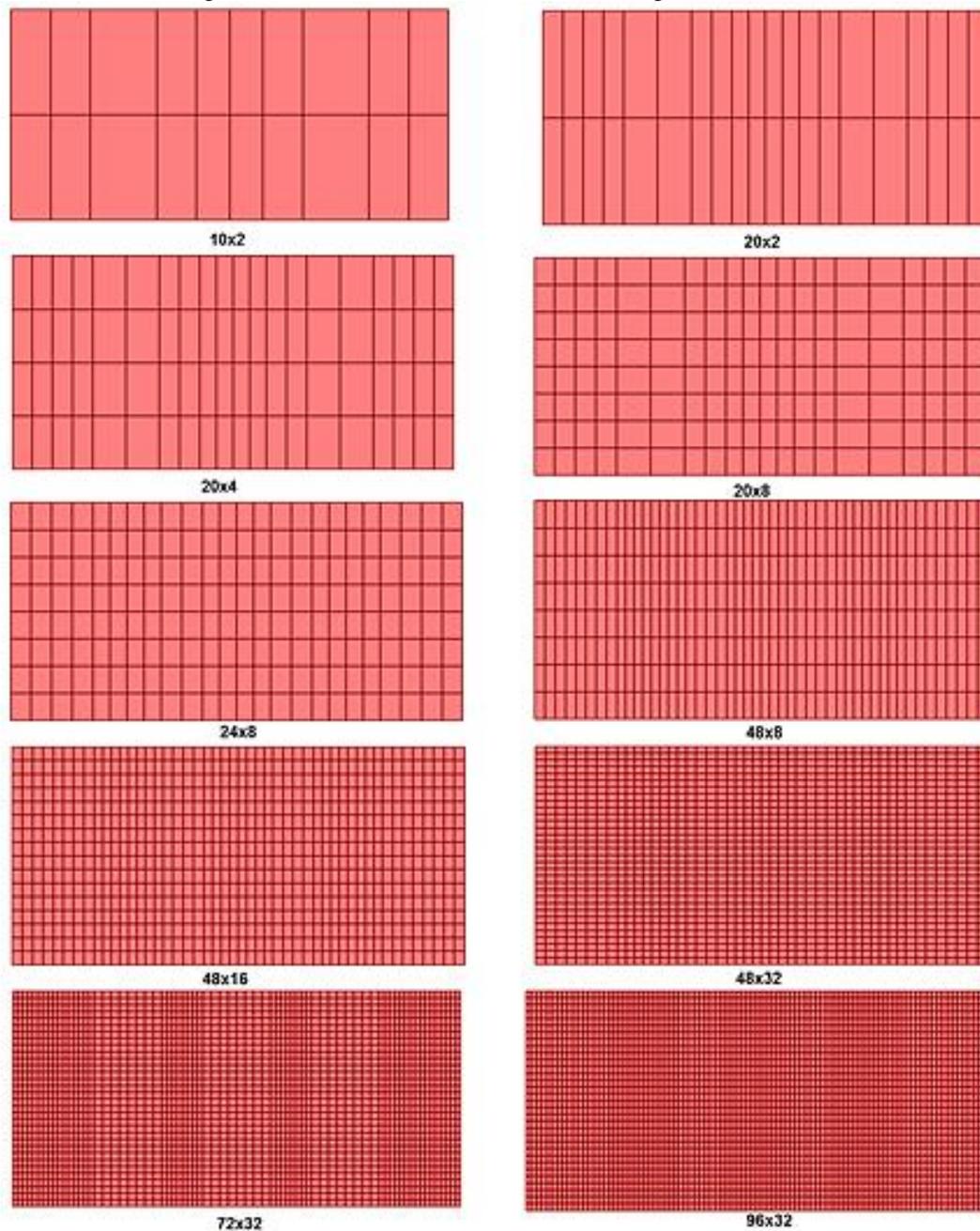
Para realizar uma análise através do método dos elementos finitos é importante que se faça um estudo de discretização das malhas para definir qual malha apresenta resultados satisfatórios com um menor tempo computacional. Esse estudo pode ser feito através da análise do deslocamento vertical no meio vão, por exemplo, variando-se a discretização do número de elementos finitos do modelo e

mantendo a solicitação externa e demais parâmetros equivalentes para todos os modelos analisados. Nesse estudo, para definir uma malha de elementos finitos que apresentasse resultados satisfatórios, idealizou-se um modelo inicial e a partir desse modelo criou-se outros modelos mais refinados até que o valor de deslocamento vertical no meio do vão começasse a convergir para um valor aproximado. A análise de convergência da malha é relevante devido gerar um modelo com maior fidelidade com o comportamento real da peça, de modo a apresentar resultados mais próximos à realidade e também obter-se um menor trabalho computacional comparado a malhas mais refinadas e que resultam em valores aproximados.

De acordo com SAP2000, o coeficiente de forma de um elemento não deve ser muito grande. Para um elemento quadrilátero o coeficiente de forma é a relação entre o maior lado e o menor lado do polígono formado. Para melhores resultados, o coeficiente de forma deve ser próximo de 1 (um), ou no máximo igual a 4 (quatro).

A Figura 1 ilustra os modelos analisados neste trabalho.

Figura 1: Malhas analisadas no teste de convergência



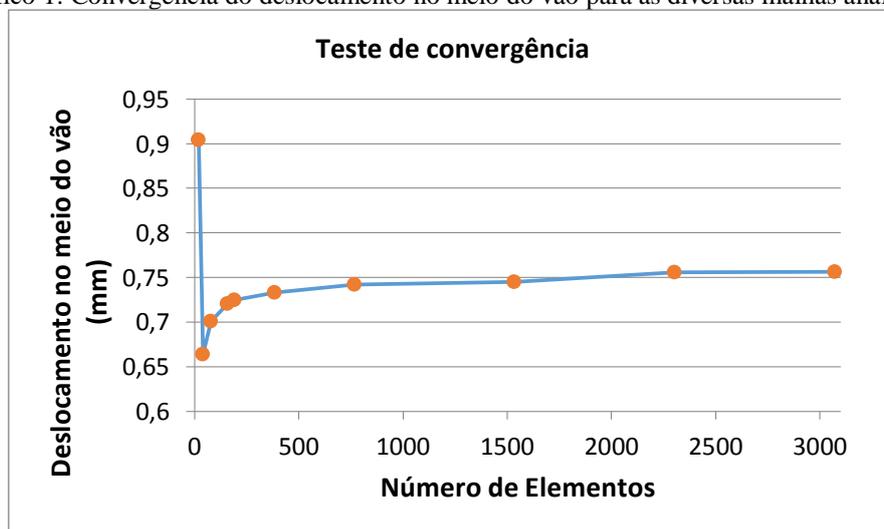
Ao analisar todos os modelos da Figura 1 obteve-se os valores de deslocamento vertical no meio do vão de cada caso estudado e esses valores podem ser observados na Tabela 2 e no Gráfico 1 apresentados a seguir.

Tabela 2: Discretização das malhas e valores dos deslocamentos obtidos

| Malha | Número de elementos | Deslocamento (mm) |
|-------|---------------------|-------------------|
| 10x2  | 20                  | 0,9043            |
| 20x2  | 40                  | 0,6638            |
| 20x4  | 80                  | 0,701             |
| 20x8  | 160                 | 0,7204            |
| 24x8  | 192                 | 0,7245            |
| 48x8  | 384                 | 0,7332            |
| 48x16 | 768                 | 0,742             |
| 48x32 | 1536                | 0,7452            |
| 72x32 | 2304                | 0,7557            |
| 96x32 | 3072                | 0,7562            |

Como pode ser observado na Tabela 2 e no Gráfico 1 os valores de deslocamento vertical no meio do vão começaram a convergir para um valor bem aproximado a partir da malha 48x16 que é equivalente a 768 elementos. Logo, pode-se observar que essa malha já apresenta resultados satisfatórios. Chegou-se a essa conclusão, pois os valores de deslocamento vertical no meio do vão das malhas seguintes apresentaram um resultado cuja diferença foi de aproximadamente 1% com relação à malha anterior.

Gráfico 1: Convergência do deslocamento no meio do vão para as diversas malhas analisadas



Como pôde-se observar no Gráfico 1, os valores dos deslocamentos foram muito próximos tornando-os praticamente constantes para os modelos discretizados a partir de 768 elementos finitos. Assim, fica claro que a partir de certa discretização os resultados de uma análise não apresentam uma grande discrepância e assim podem-se alcançar bons resultados com um menor trabalho computacional.

## CONCLUSÃO

Com relação ao estudo de elementos estruturais utilizando o Método dos Elementos Finitos é importante que se tenha atenção com a escolha da malha de elementos finitos a ser utilizada. Como se pôde observar, existe uma certa discretização de malha para se modelar um determinado problema, onde os valores variam conforme alteram-se o número de elementos finitos utilizados. Mas, existe certa dicretização de malha, que a partir dela, os valores analisados tendem a convergir para um mesmo valor ou valores aproximados. Assim, modelando-se um número conveniente de elementos finitos em uma análise podem-se alcançar resultados realistas e garantir um menor trabalho computacional por utilizar uma malha menos refinada.

## REFERÊNCIAS

- ASSAN, Aloisio Ernesto. Métodos energéticos e análise estrutural. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1996.
- JARDIM, Liana de Lucca. **Análise experimental de vigas parede com concreto de alta resistência reforçadas ao cisalhamento.** 1998. 220 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 1998.
- MARTHA, L. F. Método dos Elementos Finitos. (Notas de Aula do Curso CIV-2118). ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 1994.
- MORAES, Ademir José. O Método dos Elementos Finitos e a Engenharia Civil.** Revista Especialize On-line Ipog, **Goiânia, v. 01, n. 10, dez. 2015.**
- SAP2000. **CSI Analysis Reference Manual.** Berkeley, 2011.