

MODELAGEM MATEMÁTICA E CONTROLE DE VELOCIDADE EM CURVA ACENTUADA

**JOSÉ OTÁVIO DO NASCIMENTO DOS SANTOS^{1*}; GABRIEL FELIPE CARVALHO SILVA²;
ARLANE MANOEL SILVA VIEIRA³**

¹Discente em Ciência e Tecnologia, UFMA, São Luís-MA, jonsotavio@gmail.com;

² Discente em Ciência e Tecnologia, UFMA, São Luís-MA, gabriel_felipecarvalho@hotmail.com@gmail.com;

³ Dr. Prof. Do Curso de Ciência e Tecnologia, UFMA, São Luís-MA, arlane@ufma.br;

Apresentado no
Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC'2018
21 a 24 de agosto de 2018 – Maceió-AL, Brasil

RESUMO: Os acidentes mais frequentes nas rodovias brasileiras ocorrem, em sua maioria, nas curvas, devido aos erros no projeto e em sua construção, como inclinação inadequada, falta de visibilidade, velocidade incompatível com a acentuação da curva, sinalização inexistente, pista irregular ou escorregadia. O objetivo desse trabalho é obter a velocidade máxima para uma curva situada na Avenida Africanos, na cidade de São Luís – MA, próximo ao bairro Parque Amazonas, através de sua modelagem utilizando os softwares Mathematica Wolfram, versão 11.2, Geogebra Classic, versão 5.0, e o Google Earth Pro, versão 7.8. Com o auxílio do Mathematica Wolfram, foi possível obter a modelagem e a velocidade máxima das curvas, que se comportou abaixo da velocidade permitida de 80 km/h em todo o percurso, chegando a valores menores que a metade. Isso mostra que o raio adotado ao longo da curva está abaixo do ideal, desrespeitando valores mínimos que garantem a segurança dos veículos que percorrem a via na velocidade de projeto.

PALAVRAS-CHAVE: Curva, geometria, velocidade máxima.

MATHEMATICAL MODELING AND SPEED CONTROLLER CURVED CURVE

ABSTRACT: The most frequent accidents on Brazilian highways are mostly, in curves, due to failures in their design and construction, such as inadequate slope, lack of visibility, speed incompatible with an accentuation of the curve, non-existent signaling, irregular or slippery slope. The objective of this work is to obtain a maximum velocity for a curve located at Avenida Africanos, in the city of São Luís - MA, near the Parque Amazonas neighborhood, through its software application model Mathematica Wolfram, version 11.2, Geogebra Classic, version 5.0, Google Earth Pro, version 7.8. With the help of the Wolfram Mathematics it was possible to build the model and acquire the maximum speed of the curves, which behaved below the permitted speed of 80 km / h throughout the course, reaching values lower than half. This shows that the radius adopted along the curve is below ideal, disrespecting minimum values that guarantee the safety of vehicles that travel a route at design speed..

KEYWORDS: Curve. Geometry. Maximum speed.

INTRODUÇÃO

Os acidentes mais frequentes nas rodovias brasileiras ocorrem, em sua maioria, nas curvas, devido a diversos fatores. Os erros no projeto e construção das curvas são os mais expressivos, como inclinação inadequada, falta de visibilidade, velocidade incompatível com a acentuação da curva, sinalização inexistente, pista irregular ou escorregadia, entre outros (IDETRAN, 2009). Somente nos cem primeiros dias do ano de 2017, foram registrados 1406 acidentes no trânsito da cidade de São Luís do Maranhão, de acordo com a Delegacia de Acidente de Trânsito –DAT. Muitos são ocasionados por imperícia dos motoristas e por ingestão de álcool, que é elemento frequente nos acidentes ocorridos não só na capital do maranhão, como também em todo o país (BASTOS, 2017). O

presente artigo visa estudar uma curva situada na Avenida dos Africanos, na cidade de São Luís – MA, próximo ao bairro Parque Amazonas, que possui visível curvatura acentuada.

O objetivo desse trabalho é obter a velocidade máxima para a curva estudada através de sua modelagem. Para tal, foi utilizado o software Mathematica Wolfram, versão 11.2, com a ajuda dos três softwares Geogebra Classic, versão 5.0, e Google Earth Pro, versão 7.3. A modelagem foi realizada pelo método de interpolação por splines cúbicas naturais, baseando-se em um número suficiente de pontos que poderiam representar bem o contorno desejado.

Com o sistema de equações obtidos, foi possível calcular o raio de curvatura ao longo da curva e, em seguida, a velocidade máxima também ao longo da curva. O método de interpolação por splines cúbicas naturais foi escolhido por apresentar baixo custo computacional e um bom ajuste do conjunto de pontos que precisam ter interligações suaves e oscilações pequenas. E ainda, por apresentar nos seus intervalos extremos, polinômios cúbicos lineares ou próximos de funções lineares, semelhante ao desenho da curva analisada.

MATERIAL E MÉTODOS

Neste trabalho, as vias foram analisadas através das imagens de satélite do software Google Earth Pro 7.3. Não houve a preocupação com as suas dimensões reais, uma vez que o objetivo não é reproduzir os seus contornos em escala real, mas sim obter as splines cúbicas capazes de gerar um contorno satisfatório para as suas geometrias.

Com isso, para obter os splines procurados para o traço das vias, primeiramente foram feitos os seus contornos ainda no software Google Earth Pro 7.3 de forma manual, totalizando quatro curvas. Para a orientação da imagem obtida por satélite, foi adotado o norte dos pontos cardeais disponibilizado pelo programa.

As curvas foram numeradas de 01 a 04 da mais externa a mais interna. Em seguida, as imagens contendo as curvas separadamente foram passadas para o software Geogebra 5.0 respeitando suas proporções. A localização dos eixos cartesianos foi adotada de forma convencional e fixada para todas as curvas.

Posteriormente, foram escolhidos de forma arbitrária 11, 11, 12 e 8 pontos para as curvas 01, 02, 03 e 04, respectivamente. Suas respectivas coordenadas foram passadas para o software Mathematica Wolfram 11.2, no qual foi escrito um algoritmo genérico de splines cúbicas naturais. Para a lógica desse algoritmo, foi utilizada a definição de splines cúbicas naturais. Cada curva foi analisada de forma independente utilizando o mesmo algoritmo. Todas as funções foram reunidas e plotadas usando o comando Plot[].

Em seguida, foram obtidas as funções do raio de curvatura pela fórmula $\rho(x) = l/k(x)$, segundo Pinto e Morgado (2009), para cada intervalo entre dois pontos, a fim de obter o comportamento do raio ao longo dos splines. No cálculo da velocidade máxima, foi utilizada a fórmula $V = \sqrt{g(e + f)R}$, de acordo com Pimenta e Oliveira (2004). Todos os resultados foram plotados utilizando os comandos: Plot[] Show[]

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como resultado da interpolação por splines cúbicas naturais, foram obtidas as equações da Figura 1. Cada equação é referente a um intervalo entre pontos consecutivos (x_i, y_i) e (x_{i+1}, y_{i+1}) , com $i \in (1, 2, 3, ..n)$.

Figura 1: Equações obtidas na interpolação por splines cúbicas.

```

(*Curva 01*)
Out[27]= {7.16717 - 0.904785 x - 0.000100686 x^2 - 0.00200971 x^3, 7.28366 - 1.05414 x - 0.0637273 x^2 - 0.00708298 x^3,
3.84476 - 1.63126 x - 0.635273 x^2 - 0.0535662 x^3, 11.238 - 2.88286 x - 0.283462 x^2 - 0.00876222 x^3, 13.5294 - 4.03141 x - 0.475365 x^2 - 0.0194501 x^3,
6.47373 - 0.910782 x - 0.0152934 x^2 - 0.0031592 x^3, 5.87351 - 0.693435 x - 0.010941 x^2 - 0.00421473 x^3,
17.7226 - 4.47055 x - 0.390402 x^2 - 0.0100004 x^3, 21.5415 - 5.58086 x - 0.498005 x^2 - 0.0134764 x^3, -7.36215 - 1.36852 x - 0.058948 x^2 - 0.00140246 x^3}

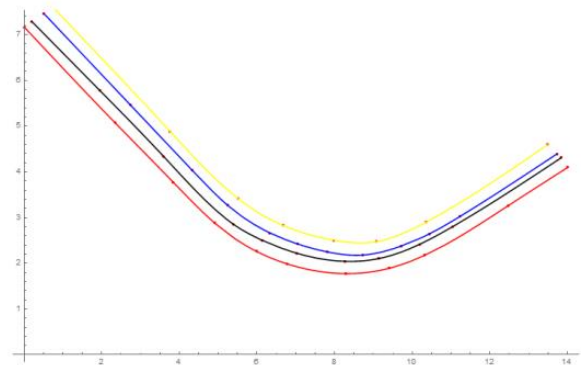
(*Curva 02*)
Out[28]= {7.45719 - 0.860957 x - 0.0000439136 x^2 - 0.0000731893 x^3, 7.50539 - 0.935145 x - 0.0380226 x^2 - 0.00643755 x^3,
5.17548 - 1.01211 x - 0.504459 x^2 - 0.0439387 x^3, 21.5152 - 8.06649 x - 1.17694 x^2 - 0.0598624 x^3, 7.70301 - 1.30529 x - 0.0737171 x^2 - 0.000141875 x^3,
5.45459 - 0.346272 x - 0.0626315 x^2 - 0.0066037 x^3, 2.70609 - 0.65149 x - 0.183367 x^2 - 0.0114736 x^3,
22.8056 - 5.95303 x - 0.540027 x^2 - 0.0149375 x^3, 31.0861 - 8.39058 x - 0.779212 x^2 - 0.0227609 x^3, 4.3434 - 1.13044 x - 0.122213 x^2 - 0.00294275 x^3}

(*Curva 03*)
Out[29]= {7.91684 - 0.896759 x - 0.0000482404 x^2 - 0.0000312235 x^3, 7.91942 - 0.89958 x - 0.000981408 x^2 - 0.0000940378 x^3,
2.42872 - 2.9046 x - 0.877582 x^2 - 0.0675398 x^3, 15.3848 - 4.51303 x - 0.537996 x^2 - 0.0225097 x^3, 14.6231 - 4.15203 x - 0.480967 x^2 - 0.0195066 x^3,
7.43067 - 1.09358 x - 0.0474506 x^2 - 0.000976108 x^3, -11.046 - 6.00828 x - 0.862461 x^2 - 0.0398363 x^3,
39.7914 - 11.4716 x - 1.14097 x^2 - 0.0367035 x^3, -4.64079 - 2.25613 x - 0.272808 x^2 - 0.0118299 x^3,
47.4025 - 12.6988 x - 1.15966 x^2 - 0.0339066 x^3, 2.50785 - 0.710943 x - 0.0926466 x^2 - 0.00224925 x^3}

(*Curva 04*)
Out[30]= {8.25673 - 0.890058 x - 0.00228425 x^2 - 0.00108002 x^3, 6.53285 - 0.485385 x - 0.363525 x^2 - 0.0313499 x^3,
14.2157 - 3.69766 x - 0.395649 x^2 - 0.0145772 x^3, 13.044 - 3.17143 x - 0.316872 x^2 - 0.0106462 x^3, -13.7768 - 6.91661 x - 0.947927 x^2 - 0.0422124 x^3,
48.6759 - 13.7266 x - 1.32656 x^2 - 0.0413224 x^3, 7.63531 - 1.84687 x - 0.180306 x^2 - 0.00445597 x^3}
  
```

Na Figura 2, podem ser observadas as interpolações reunidas das quatro curvas que formam o contorno das vias estudadas. Ao seu lado, é mostrada a imagem de satélite das vias.

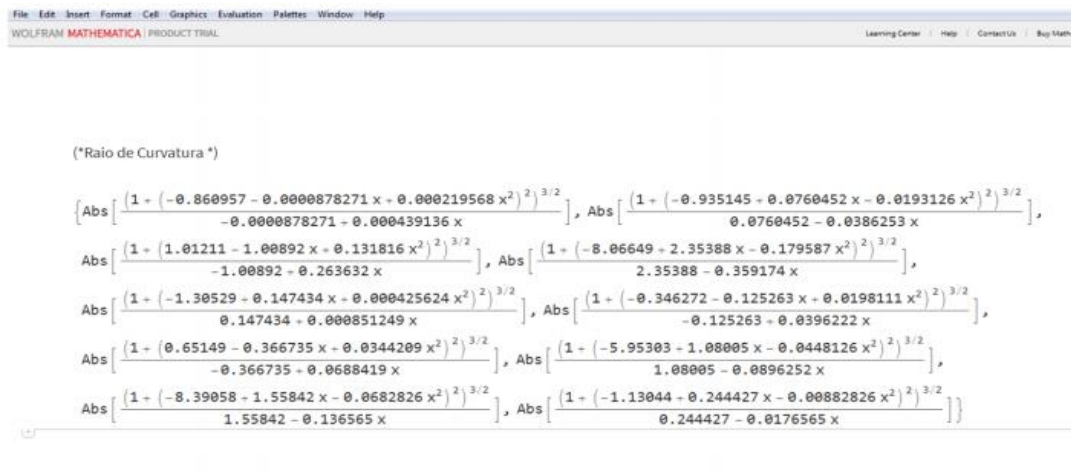
Figura 2: Comparação entre o gráfico que representa a interpolação das quatro curvas que contornam as vias estudadas e a imagem por satélite das vias retiradas do software Google Earth Pro.



Percebe-se uma grande semelhança entre o gráfico obtido e o contorno real utilizado, o que mostra que os splines cúbicos naturais se adaptam bem na interpolação de curvas. As pequenas diferenças entre as duas imagens na Figura 2 podem ser justificadas pela quantidade de pontos analisados, além da localização de alguns desses pontos. Por exemplo, a curva em si possui irregularidades ao longo do contorno de seu percurso, isso pode ser mais visível ao se analisar o canteiro central, que possui acentuada mudança em sua largura.

Outra situação pode ser vista nas tangentes que também foram introduzidas na interpolação. À esquerda, existe uma abrupta mudança no percurso ao se aproximar da curva, à direita a mudança ocorre de forma mais suave. Logo, se alguns desses pontos não virem a ser considerados, é possível que a geometria da interpolação não represente fielmente o contorno original. Com as equações obtidas na Figura 1, foi calculada a função do raio de curvatura para cada intervalo. Na Figura 3, são mostradas as funções obtidas da curva 02.

Figura 3: Funções dos raios de curvatura em cada intervalo na curva 02.



O comando Abs[] retorna os valores absolutos da função. O que está de acordo com a fórmula $\rho(x) = 1/k(x)$, utilizada. Para o cálculo da velocidade máxima ao longo da curva, algumas considerações foram feitas: o valor adotado para a inclinação máxima (e_{max}) na fórmula, foi o referente a inclinação média do perfil longitudinal obtido do software Google Earth Pro 7.3, por ser o valor que mais se assemelha a situação como um todo.

E para a força atrito máxima (f_{max}), foi considerada a tabela da ASSHTO adotando como velocidade de projeto, a velocidade máxima permitida por lei nas vias públicas de trânsito rápido, 80 km/h (Art. 61 do Código de Trânsito Brasileiro, lei n° 9.503, de 23 de setembro de 1997) uma vez que não foi constatado nenhum tipo de sinalização que indicasse a velocidade máxima no local.

Durante os cálculos, nos trechos tangentes interpolados foram obtidos valores altos de velocidade, o que é esperado devido a sua baixa curvatura. Nos gráficos que seguem, estes valores

teóricos não foram considerados a fim de priorizar a melhor visualização do comportamento da velocidade máxima ao longo da curva.

Figura 4: Velocidade máxima ao longo da curva 01.

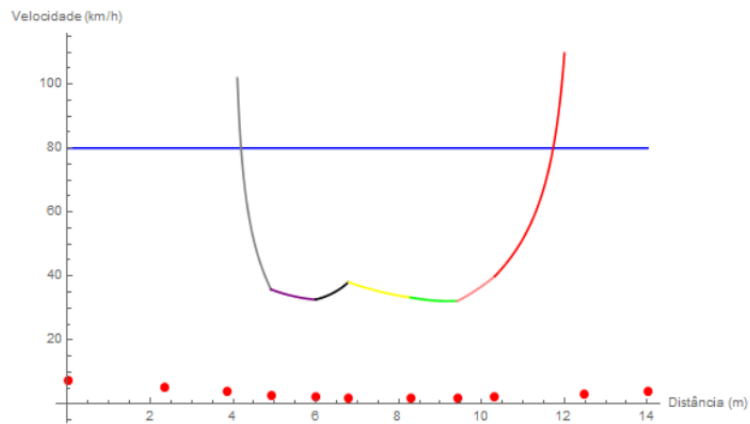


Figura 5: Velocidade máxima ao longo da curva 02.

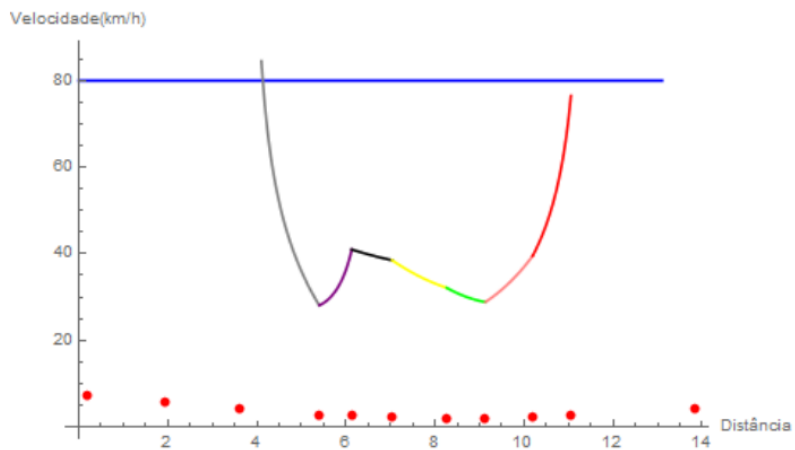


Figura 6: Velocidade máxima ao longo da curva 03.

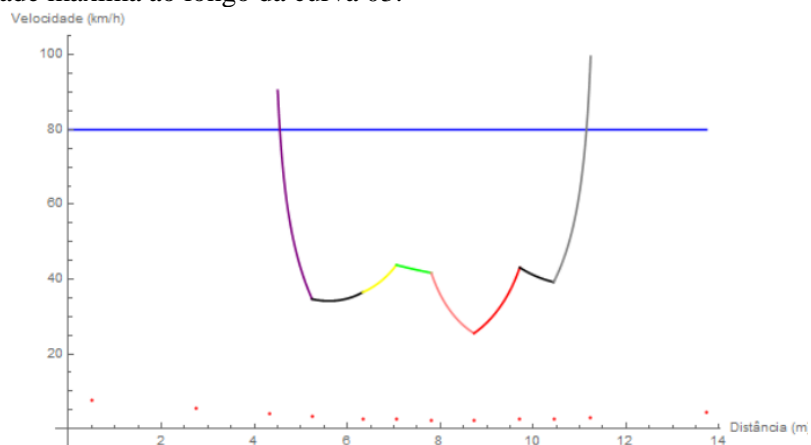
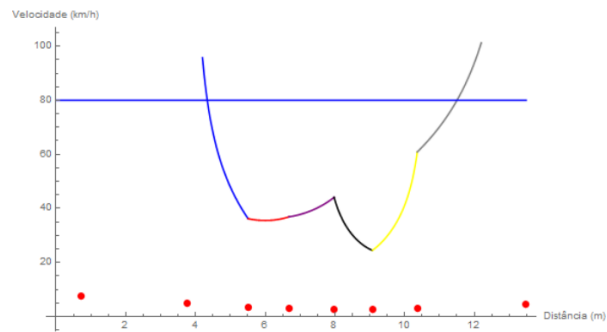


Figura 7: Velocidade máxima ao longo da curva 04.



Os pontos em vermelho são os mesmos obtidos inicialmente e delimitamos intervalos ao longo da curva. Analisando os gráficos, nota-se que a velocidade máxima se comportou sempre abaixo da velocidade permitida de 80 km/h em todo o percurso, chegando a valores menores que a metade. Isso mostra que o raio adotado ao longo da curva está abaixo do ideal, desrespeitando valores mínimos que garantem a segurança dos veículos que percorrem a via na velocidade de projeto.

CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma aplicação para o método de interpolação por splines cúbicas naturais. O ajuste obtido em comparação com o contorno original deixa claro que o método utilizado é viável e pode ser usado sem a exigência de equipamentos específicos de topografia, embora, se em conjunto, possam acarretar a valores mais precisos.

Apresenta também, as possibilidades que ferramentas gratuitas disponibilizam. É importante salientar que a interpolação pode ser feita em qualquer tipo de linguagem, não apenas em softwares pagos tal como o Mathematica Wolfram 11.2.

Os resultados para a velocidade máxima comprovam que o trecho possui acentuada curvatura, exigindo uma velocidade baixa para que o veículo possa percorrê-la com segurança. Se tratando de uma via de trânsito rápido, têm-se que a curva estudada se apresenta como um local de risco, devendo ser, no mínimo, bem sinalizada.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr Arlane Vieira por ter nos auxiliando no desenvolvimento da pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Bastos, T. São Luís registra 14 acidentes por dia no trânsito, informa a DAT. São Luís: O Estado, 2017. Disponível em: <http://imirante.com/oestadoma/noticias/2017/04/11/saoluis-registra-14-acidentes-por-dia-no-transito-diz-dat.shtml>. Acesso em: 17 jan. 2018.
- Geogebra Classic, v. 5.0. International GeoGebra Institute. Disponível em: <https://www.geogebra.org/download>. Acesso em: 30 jan. de 2018.
- Google Earth Pro, v. 7.8. Mountain Views: Google LLC, 1998. Disponível em: <https://www.google.com/earth/download/gep/agree.html>. Acesso em: 15 dez. de 2017
- IDETRAN - Instituto de Desenvolvimento para Educação no Trânsito. Evitando colisões em curvas. Porto Alegre: Idetran, 2009. Disponível em: <http://idetran.blogspot.com.br/2009/11/evitando-colisoes-emcurvas.html>. Acesso em: 17 jan. 2018.
- Mathematica Wolfram, v. 11.2. Champaign:Wolfram Research, 1987. Dispon__vel em: <https://www.wolfram.com/mathematica/>. Acesso em: 20 jan. de 2018.
- Pimenta, C. R. T.; Oliveira, M. P. Projeto Geométrico de Rodovias. 2. ed. São Carlos: Rima Editora, 2004. 198 p.
- Pinto, D.; Morgado, M. C. F.. Cálculo diferencial e integral de funções de várias variáveis. 3. ed. 6a. reimpr. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 2009. 364 p.